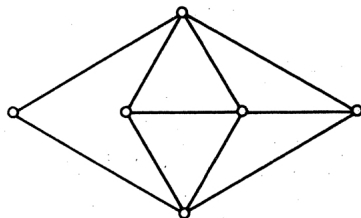
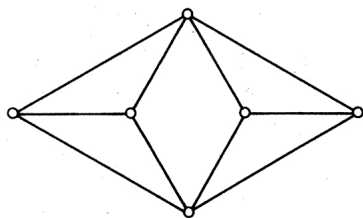


Серия 3. Разнообразная

1. Найдите хроматический многочлен:

- a) C_4 — простого цикла на 4-ех вершинах.
- b) C_n — простого цикла на n вершинах.
- c) Следующих двух графов.



2. Размер максимальной по включению клики (полного подграфа) графа G обычно обозначается $\omega(G)$. Дан граф G на $2kn$ вершинах, в котором можно найти $2k$ попарно непересекающихся клик. Кроме того известно, что $\omega(G) = n$. Докажите, что $\chi(G) \leq kn$.

3. Найдите формулу для суммы

- a) $C_n^0 + C_n^4 + C_n^8 + \dots$
- b) $C_n^1 + C_n^4 + C_n^7 + \dots$

4. Вершины связного графа покрашены в черный и белый цвета. Причем вершин черного цвета четное число. Докажите, что можно выкинуть не более $n - 1$ ребра так, чтобы в оставшемся графе все черные вершины имели бы нечетную степень, а все белые четную степень.

5. Из картона склеен кубик. Двое играют в следующую игру: за ход разрешается сделать разрез вдоль любого ребра, которое еще не разрезано. Проигрывает тот, у кого кубик распадется на две части. Кто выиграет при правильной игре?

6. Докажите, что в графе есть хотя бы две вершины одинаковой степени.

7. ** Докажите или опровергните теорему Холла для бесконечного (но счетного) числа вершин в графе, где степень каждой вершины конечна (но может быть сколь угодно большой).