

Домашняя работа 6 (на 23.03).

ALG 1. Вычислите определитель матрицы:

$$\begin{pmatrix} \sin(x_1) & \sin(2x_1) & \cdots & \sin(nx_1) \\ \sin(x_2) & \sin(2x_2) & \cdots & \sin(nx_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sin(x_n) & \sin(2x_n) & \cdots & \sin(nx_n) \end{pmatrix}.$$

ALG 2. Зафиксируем m, n — простые нечетные числа. Пусть $P = \{0, \dots, mn - 1\}$ и $\hat{P} = \{0, \dots, m - 1\} \times \{0, \dots, n - 1\}$

- (а) Доказать, что число пар (a, b) и (a', b') таких, что $na' + b' < na + b$ и $a' + mb' > a + mb$ равно $\binom{m}{2} \binom{n}{2}$ (это биномиальные коэффициенты, а не символ Лежандра).
- (б) Вычислите знак перестановки $\pi: P \rightarrow P$ действующей по правилу: $\pi(na + b) = a + mb$.
- (в) Найдите знак перестановки $\mu: \hat{P} \rightarrow \hat{P}$ действующей по правилу $\mu(a, b) = (a, (a + mb) \bmod n)$
- (г) Докажите, что $\binom{m}{n} \binom{n}{m} = (-1)^{\frac{m-1}{2}} (-1)^{\frac{n-1}{2}}$.