

Практика 1 (решали 4.09).

СОМВ 1. Имеются пять видов конвертов без марок и четыре вида марок. Сколькими способами можно выбрать конверт с маркой для отправки письма?

СОМВ 2. Сколько существует целых чисел между 0 и 999, содержащих ровно одну цифру 7?

СОМВ 3. Сколькими способами можно выбрать на шахматной доске два поля, не лежащие на одной горизонтали или вертикали?

СОМВ 4. Сколько чисел в диапазоне от 0 до 999999 не содержат двух рядом стоящих одинаковых цифр?

СОМВ 5. Сколько целых чисел от 1 до 100 не делится ни на два, ни на три, ни на пять?

СОМВ 6. Переплётчик должен переплести 12 различных книг в красный, синий и коричневый цвета. Сколько имеется способов это сделать, если в каждый из трех цветов должна быть переплетена хотя бы одна книга?

СОМВ 7. В ящике лежат десять белых и двенадцать черных носков. Какое минимальное количество носков нужно вытащить, чтобы на выходе гарантированно получить пару носков одинакового цвета?

СОМВ 8. Какое максимальное количество королей можно поместить на шахматную доску (стандартного размера, 8×8) так, чтобы эти короли не били друг друга?

СОМВ 9. Сколько людей нужно выбрать из группы, состоящей из двадцати супружеских пар, чтобы в выборку гарантированно вошла хотя бы одна супружеская пара?

СОМВ 10. Сколько человек должно находиться в комнате, чтобы по крайней мере у троих из них день рождения гарантированно был в одном месяце?

СОМВ 11. Сколько чисел нужно выбрать из последовательности $\{1, 2, 3, \dots, 20\}$, чтобы среди них гарантированно нашлась хотя бы одна пара чисел, сумма которых была бы равна 21?

СОМВ 12. Докажите комбинаторно тождество Вандермонда:
$$\binom{n+m}{k} = \sum_{i=0}^k \binom{n}{i} \binom{m}{k-i}.$$

СОМВ 13. Внутри единичного куба расположены 100 точек. Доказать, что найдётся 4 точки, таких, что порождённый ими тетраэдр имеет объём не больше $1/99$.

СОМВ 14. Имеется произвольная последовательность a_1, \dots, a_n целых чисел, не обязательно различных. Доказать, что в такой последовательности обязательно найдётся отрезок $a_{k+1}, a_{k+2}, \dots, a_l$, сумма элементов которого $\sum_{i=k+1}^l a_i$ делится на n .