

Домашнее задание 4 (на 13.11).

СОМВ 1. Найдите комбинаторное доказательство формулы: $t_n = \frac{1}{2(n-1)} \sum_{k=1}^{n-1} \frac{n!}{(k-1)!(n-k-1)!} t_k t_{n-k}$,

где t_n — число деревьев на n вершинах.

СОМВ 2. Рассмотрим неориентированный граф S_n на вершинах $1, \dots, 2n$ с ребрами $E = \{(i, i+1), (i, i+n), (i+n, i+n+1) | i \in [1, n]\}$. Посчитайте число его остовных деревьев при помощи формулы: $t(G) = t(G - e) + t(G \cdot e)$.

СОМВ 3. Без использования матричной теоремы о деревьях и рекуррентной формулы из прошлого задания посчитайте число остовных деревьев графа $K_{2,n}$.

СОМВ 4. Используя матричную теорему о деревьях посчитать число помеченных деревьев.

СОМВ 5. При помощи предыдущей формулы найдите $t(K_n - e)$.