## Практика 1 (решали 11.09).

**COMB 1.** Доказать, что кубический граф, то есть граф, степени всех вершин которого равны трем, всегда имеет четное число вершин.

**COMB 2.** Доказать, что в любом графе существуют по крайней мере две вершины с одинаковыми степенями.

**COMB 3.** Сколько ребер должен иметь простой граф на $n$ вершинах, чтобы он гарантированно был связным?

**COMB 4.** Пусть $F$ есть лес, построенный на $n$ вершинах и имеющий $k$ компонент связности. Подсчитать количество $m$ ребер в графе $F$. Доказать, что любой простой граф, имеющий $k$ компонент связности и найденное в первой части упражнения количество $m$ ребер, обязательно является лесом.

**COMB 5.** Пусть в графе $G$ – 22 ребра и он регулярен. Сколько в нем может быть вершин.

**COMB 6.** Пусть $v_1, \ldots, v_n$ — все вершины графа $G$ упорядоченные так, что $\deg(v_1) \geq (deg)(v_2) \ldots \deg(v_n)$. Тогда назовем графовой оследовательностью графа $G$ последовательность $\deg(v_1)$, $(deg)(v_2)$, $\ldots$, $\deg(v_n)$.

Докажите, что невозрастающая последовательность $d_1, \ldots, d_n$ — графовая тогда и только тогда, когда $\sum d_i$ делится на 2.