

Домашнее задание 1 (на 25.09).

СОМВ 1. Пусть G есть простой граф, построенный на 9 вершинах. Предположим, что сумма степеней вершин графа G больше или равна 27. Правда ли, что в таком графе обязательно существует вершина, степень которой больше или равна четырем?

СОМВ 2. Пусть есть две последовательности s_1 и s_2 такие, что $s_1 = (t, d_1, d_2, \dots, d_t, d_{t+1}, \dots, d_n)$, $s_2 = (d_1 - 1, d_2 - 1, \dots, d_t - 1, d_{t+1}, \dots, d_n)$ и $t < n$. Докажите, что s_1 является графовой тогда и только тогда, когда s_2 является графовой.

СОМВ 3. Давайте теперь докажем, что при $k \geq 4$ любые две вершины в графе G , построенном на восьми вершинах, либо являются смежными, либо соединены путем длины 2.

СОМВ 4. Доказать, что в связном простом неориентированном графе любые два простых пути максимальной длины имеют общую вершину.

СОМВ 5. Пусть G есть простой граф, степень любой вершины которого больше или равна δ . Доказать, что в графе G существует путь длины, большей или равной δ . Для любого $k \geq 2$ предъявить простой граф G с $\delta = k$, который не содержит путей, длина которых больше чем k .