

Практика 2 (решали 18.09).

COMB 1. Для натурального n , назовем n -разбиением числа k упорядоченный набор неотрицательных целых чисел a_i , $1 \leq i \leq n$, для которого верно, что $\sum_{i=1}^n a_i = k$. Например, $(3, 0, 1)$ и $(0, 3, 1)$ — два различных 3-разбиения числа 4. Подсчитайте количество n -разбиений числа k , удовлетворяющих ограничениям

$$a_i \geq s_i, \quad i = 1, \dots, n; \quad s_1 + s_2 + \dots + s_n =: s \leq k.$$

COMB 2. Докажите, что $\hat{S}(n, k) = \sum_{i=0}^n k^i S(n-i, k-1)$.

COMB 3. Докажите, что $k^n = \sum_{i=0}^n \binom{k}{i} \hat{S}(n, i)$.

COMB 4. Сосчитать количество размещений n различных предметов по k различным ящикам при условии, что ровно r из k ящиков должны быть заняты.

COMB 5.

- (а) Сколько можно построить различных прямоугольных параллелепипедов, у которых длина каждого ребра является целым числом от 1 до 10?
- (б) Сколько можно построить треугольных пирамид, у которых все углы при одной из вершин прямые и длина каждого из рёбер при этой вершине является целым числом от 1 до 10?

Многогранники считаются различными, если их нельзя совместить с помощью параллельного переноса или поворота.

COMB 6. Найдите явные формулы для $\hat{S}(n, 3)$ и $\hat{S}(n, n-2)$.