

Практика 3 (решали 03.10).

СОМВ 1. Найдите общий вид последовательности удовлетворяющей рекуррентному соотношению: $a_{n+k} = \sum_{i=1}^k b_i a_{n+k-i}$.

СОМВ 2. Докажите, что если F_n — это последовательность чисел Фибоначчи, то $\gcd(F_n, F_m) = F_{\gcd(n,m)}$.

СОМВ 3. Выясните когда существует последовательность (отличающаяся от тождественно нулевой) удовлетворяющая рекуррентным соотношениям: $a_{n+k} = \sum_{i=1}^k b_i a_{n+k-i}$

и $a_{n+k} = \sum_{i=1}^k c_i a_{n+k-i}$.

СОМВ 4. На плоскости нарисованы n окружностей так, что любая пара окружностей пересекается ровно по двум точкам, и никакие три окружности не имеют общей точки пересечения. Определить количество областей, на которые разбивается плоскость такими окружностями.

СОМВ 5. Назовем числами Люка элементы последовательности L_n такой, что она удовлетворяет рекуррентному соотношению $L_{n+2} = L_{n+1} + L_n$, $L_0 = 2$ и $L_1 = 1$. Найдите явную формулу для чисел Люка.