

Домашняя работа 2 (на 26.02).

Минимальный необходимый балл 6.

СОМВ 1. (1,5 балла) Пусть G вершинно k -связен. Образует из G новый граф G' путём добавления к G новой вершины y и не менее k рёбер из y в k различных вершин графа G . Доказать, что G' также k -связен.

СОМВ 2. (1,5 балла) Назовем k -веером из вершины x в множество Y набор из k путей, начинающихся в x , заканчивающихся в Y , и не имеющих никаких общих вершин, кроме вершины x . Пусть G есть k -связный граф, x — некоторая его вершина, а Y — набор из не менее чем k вершин графа G , не включающий x . Доказать, что тогда существует k -веер из x в Y .

СОМВ 3. (1 балл) Доказать, что любой k -связный граф G , построенный на $n \geq 2k$ вершинах, $k \geq 2$, содержит цикл C , длина которого больше или равна $2k$.

СОМВ 4. (1,5 балла) Доказать, что в k -связном графе для любых k вершин найдется цикл C , на котором лежат все эти k вершин.

СОМВ 5. (1,5 балла) Показать, что в условиях предыдущего упражнения мы не можем заранее задать порядок, в котором должны проходиться вершины, лежащие на общем для них цикле C .

СОМВ 6. (1 балл) 2 Пусть G есть 3-связный граф, не являющийся двудольным графом. Доказать, что в таком графе содержатся по меньшей мере четыре цикла нечетной длины.

СОМВ 7. (1 балл) 1 Пусть G есть k -связный граф, диаметр которого равен d . Доказать, что количество n вершин в таком графе больше или равно $k(d - 1) + 2$. Для любого $k \geq 1$ и $d \geq 2$ построить k -связный граф, в котором это неравенство превращается в равенство.