

Домашняя работа 4 (на 31.03).

Необходимо набрать 5 баллов.

СОМВ 1. (1,5 балла) Доказать, что в любом графе G размер наибольшего по включению паросочетания содержит по меньшей мере $\alpha'(G)/2$ ребер, где $\alpha'(G)$ — количество ребер в максимальном паросочетании.

СОМВ 2. (1,5 балла) Определить минимальный размер наибольшего по включению паросочетания в простом цикле C_{11} , построенном на одиннадцати вершинах. Чему будет равен этот размер в случае произвольного простого цикла C_n ?

СОМВ 3. (1 балл) Пусть G — граф, в котором все вершины имеют нечетную степень. Предположим, что в графе G существует совершенное паросочетание M . Доказать, что такое паросочетание обязано включать любой мост в графе G .

СОМВ 4. (1,5 балла) Подсчитать количество совершенных паросочетаний в графе Петерсена.

СОМВ 5. (1 балл) Подсчитать количество совершенных паросочетаний в кубе Q_3 .

СОМВ 6. (1 балл) Имеется колода из nm карт, по одной карте для каждого значения масти из $[m]$ и для каждого значения достоинства из $[n]$. Карты разложены в таблицу с n строками и t столбцами, по одной карте в каждой ячейке. Докажите, что можно найти t карт, которые имеют разные масти и лежат в разных столбцах.