

## Практика 6 (решали 25.03).

**COMB 1.** (1 балл) Подсчитать количество способов разбить  $n$  элементное множество на блоки размерами большими или равными двум. Выразить ответ в терминах чисел Белла.

**COMB 2.** (1 балл) Доказать для чисел Белла так называемую формулу Добинского:  $B_n = \frac{1}{e} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{k^n}{k!}$ .

**COMB 3.** (1 балл) В комнате находятся  $n$  детей. Эти дети разбиваются на группы. В каждой группе одного ребенка ставят в центр круга, а вокруг него из оставшихся в группе детей образуют хоровод. При этом хоровод может состоять как из нескольких детей, так и из одного ребенка, соединившего руки. Записать экспоненциальную производящую функцию  $H(z)$ , описывающую количество способов совершить эти комбинаторные действия.

**COMB 4.** (1 балл) В колоде лежит  $n$  карт. Подсчитать количество способов разбить эти карты на группы четного размера, в каждой группе образовать из карт упорядоченную стопку, а затем разложить полученные стопки в ряд.

**COMB 5.** (1 балл) Подсчитать количество способов разбить  $n$ -элементное множество на блоки, циклически упорядочить каждый блок, а затем один из блоков пометить красным цветом.

**COMB 6.** (1 балл) используя комбинаторный смысл экспоненциальной формулы подсчитать количество эйлеровых графов.

**COMB 7.** (1 балл) Сколькими способами можно разбить группу из тридцати студентов на пары и тройки для совместной работы над курсовым проектом?

**COMB 8.** (1 балл) Построить полуэкспоненциальную производящую функцию  $H(z, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n!} \sum_{k=0}^n t^k S(n, k)$ .

И доказать с ее помощью формулу  $S(n, k) = \frac{1}{k} \sum_{i=0}^k (-1)^{k-i} \binom{k}{i} i^n$ .