

Практика 7 (решали 18.03).

СОМВ 1. (1 балл) Доказать, что в дереве T существует совершенное паросочетание тогда и только тогда, когда для любой вершины x верно, что $c_{\text{odd}}(T - x) = 1$.

СОМВ 2. (1 балл) Пусть G — k -регулярный граф, построенный на четном числе вершин, такой, что при удалении любых $k - 2$ ребер он остается связным. Доказать, что в нем есть совершенное паросочетание.

СОМВ 3. (1 балл) Доказать, что любой непустой, регулярный двудольный граф имеет совершенное паросочетание.

1,5 балла 1.11. Граф называется кактусом, если каждый его блок представляет собой либо одиночное ребро, либо единственный цикл. В частности, любое дерево является кактусом. Предъявить кактусы, построенные на $2k + 1$ и $2k$ вершинах соответственно и имеющие максимальное количество ребер. Доказать, что кактусы с большим количеством ребер при фиксированном k построить невозможно.

1,5 балла 2.3. Доказать, что после удаления произвольного ребра $e = (x, y)$ в орграфе D вершинная связность κ этого орграфа уменьшится как максимум на единицу, то есть что $\kappa(D - e) \geq \kappa(D) - 1$.