

Домашняя работа 3. Биномиальные коэффициенты.

Необходимо набрать 5 баллов.

СОМВ 41. (1 балл) Если $F(n)$ — это число разбиений n -элементного множества без блоков единичной длины, то $B(n) = F(n) + F(n + 1)$.

СОМВ 42. (3 балла) Найдите явные формулы для последовательностей, удовлетворяющих следующим рекуррентным соотношениям:

(а) $a_{n+2} = 5a_{n+1} - 6a_n$, $a_0 = 2$ и $a_1 = 6$;

(б) $a_{n+2} = -2a_{n+1} - a_n$, $a_0 = 2$ и $a_1 = 6$;

(в) $a_{n+2} = 2\sqrt{2}a_{n+1} - 4a_n$, $a_0 = 1$ и $a_1 = 2$.

СОМВ 43. (1.5 балла) Найдите явную формулу для последовательности, удовлетворяющей неоднородному рекуррентному соотношению $a_{n+2} = 5a_{n+1} - 4a_n + 3 \cdot 2^n$.

СОМВ 44. (2 балла) Найдите явную формулу для последовательности, удовлетворяющей неоднородному рекуррентному соотношению $a_{n+2} = 3a_{n+1} - 2a_n + 3 \sin(n\pi/2)$.

СОМВ 45. (1 балл) Рассмотрим следующее блуждание по плоскости: мы можем делать шаг вверх, вправо и влево на один, при этом запрещено сделать шаг вправо, а потом шаг влево (и наоборот). Сколько способов сделать n шагов.