

Домашняя работа 4. Основные понятия теории графов и их автоморфизмы.

Необходимо набрать 5 баллов.

СОМВ 38. (1 балл) Доказать, что любой цикл наименьшей длины в графе G представляет собой индуцированный подграф.

СОМВ 39. (1,5 балла) Доказать, что любая вершина в простом связном графе G , построенном на $n \geq 3$ вершинах и отличном от K_n , принадлежит некоторому индуцированному подграфу P_3 .

СОМВ 40. (2 балла) Доказать, что любой граф G без петель содержит остовный двудольный подграф F , степень любой вершины x в котором больше или равна $\deg(x)/2$, где $\deg(x)$ — степень той же вершины в исходном графе.

СОМВ 41. (2 балла) Пусть G есть простой граф без треугольников, то есть граф, не содержащий K_3 в качестве своего индуцированного цикла. Показать, что максимальное количество ребер в таком графе не превосходит $n^2/4$.

СОМВ 42. (1 балл) Граф G называется самодополненным (self-complementary), если он изоморфен своему дополнению \bar{G} . Привести примеры самодополненных графов, построенных на четырех и пяти вершинах.

СОМВ 43. (1 балл) Доказать, что для любого простого графа G группа $\text{Aut}(G) = \text{Aut}(\bar{G})$.

СОМВ 44. (1,5 балла) Доказать, что порядок группы автоморфизмов любого турнира есть нечетное число.