

## Домашняя работа 7. Гамильтоновы графы.

Необходимо набрать 4 балла.

**COMB 81.** (1 балл) Пусть у нас есть граф  $G$ . Выразите количество гамильтоновых циклов в графе  $G$ , через  $C_X$  — количество циклов в графе  $G \setminus X$ , где  $X \subseteq V(G)$  (в искомой формуле могут использоваться  $C_X$  для всевозможных  $X$ ).

**COMB 82.** (2 балла) Придумайте алгоритм вычисляющий количество гамильтоновых путей такой, что он работает  $2^n poly(n)$ , где  $n$  — число вершин.

**COMB 83.** (3 балла). Доказать, что в случае шахматной доски размерами  $4 \times n$  невозможно конем обойти все клетки доски, проходя каждую клетку лишь один раз и вернувшись в ту клетку, с которой начался обход.

**COMB 84.** (1 балл) Доказать, что для любого подмножества  $S$  множества  $V(G)$  вершин графа  $G$  справедливо равенство  $\partial(S) = \sum_{x \in S} \deg(x) - 2|E(G[S])|$ .

**COMB 85.** (1 балл) Доказать, что для любого реберного разреза  $[S, \bar{S}]$  найдется набор из нескольких попарно непересекающихся между собой минимальных реберных разрезов, объединение которых даст нам реберный разрез  $[S, \bar{S}]$ .