

Практика 11. Паросочетания и покрытия.

COMB 125. Определить числа $\alpha(G)$, $\alpha'(G)$, $\beta(G)$ и $\beta'(G)$ для графа $G = K_n$.

COMB 126. Охарактеризовать графы, в которых один из четырех параметров $\alpha(G)$, $\beta(G)$, $\alpha'(G)$, $\beta'(G)$ равен единице.

COMB 127. Доказать, что для любого простого нетривиального графа G справедливо неравенство

$$\alpha(G) \leq n - \frac{m}{\Delta(G)},$$

где n — количество вершин, а m — количество ребер в графе G . Показать, что в случае регулярного графа отсюда следует, что $\alpha(G) \leq n/2$.:

COMB 128. Доказать, что для любого графа G с $\delta(G) > 0$ справедливо неравенство $\alpha(G) \leq \beta'(G)$.

COMB 129. Доказать, что граф G является двудольным тогда и только тогда, когда любой подграф $H \leq G$ имеет независимое множество, размер которого больше или равен $|V(H)|/2$.

COMB 130. Доказать, что для любого графа G справедливо неравенство $\alpha(G) \geq \frac{n}{\Delta(G)+1}$, где $n = |V(G)|$, $\Delta(G)$ — максимальная из степеней вершин в графе G .

COMB 131. Доказать, что для любого графа G справедливы неравенства $\alpha'(G) \leq \beta(G) \leq 2\alpha'(G)$.