

### Практика 11. Паросочетания и покрытия.

**COMB 125.** Определить числа  $\alpha(G)$ ,  $\alpha'(G)$ ,  $\beta(G)$  и  $\beta'(G)$  для графа  $G = K_n$ .

**COMB 126.** Охарактеризовать графы, в которых один из четырех параметров  $\alpha(G)$ ,  $\beta(G)$ ,  $\alpha'(G)$ ,  $\beta'(G)$  равен единице.

**COMB 127.** Доказать, что для любого простого нетривиального графа  $G$  справедливо неравенство

$$\alpha(G) \leq n - \frac{m}{\Delta(G)},$$

где  $n$  — количество вершин, а  $m$  — количество ребер в графе  $G$ . Показать, что в случае регулярного графа отсюда следует, что  $\alpha(G) \leq n/2$  .:

**COMB 128.** Доказать, что для любого графа  $G$  с  $\delta(G) > 0$  справедливо неравенство  $\alpha(G) \leq \beta'(G)$ .

**COMB 129.** Доказать, что граф  $G$  является двудольным тогда и только тогда, когда любой подграф  $H \leq G$  имеет независимое множество, размер которого больше или равен  $|V(H)|/2$ .

**COMB 130.** Доказать, что для любого графа  $G$  справедливо неравенство  $\alpha(G) \geq \frac{n}{\Delta(G)+1}$ , где  $n = |V(G)|$ ,  $\Delta(G)$  — максимальная из степеней вершин в графе  $G$ .

**COMB 131.** Доказать, что для любого графа  $G$  справедливы неравенства  $\alpha'(G) \leq \beta(G) \leq 2\alpha'(G)$ .