

### Практика 5. Деревья и остовные деревья.

**COMB 51.** Наряду с диаметром при изучении расстояний в графе часто используется так называемый “Wiegner index”  $W(G) = \sum_{x,y \in V(G)} d(x,y)$

графа  $G$ , характеризующий среднее расстояние между вершинами в графе. Доказать, что среди всех деревьев на  $n$  вершинах минимальное значение  $W(G)$  достигается на графах-звездах, а максимальное - на путях  $P_n$  длины  $n$ .

**COMB 52.** Пусть дерево  $T$ , построенное на  $n$  вершинах, имеет диаметр, больший или равный  $2k - 3$ . Доказать, что в таком дереве имеется как минимум  $n - k$  путей длины  $k$ .

**COMB 53.** Пусть  $G$  есть простой граф с  $\delta(G) \geq k$ , а  $T$  есть произвольное дерево с  $k$  ребрами. Доказать, что в  $G$  имеется подграф, изоморфный  $T$ .

**COMB 54.** Без использования фактов из теории посчитать число остовных деревьев в графе  $K_{2,n}$ .