

## Практика 2. Формула включений-исключений.

**DM 7.** Пусть у нас есть граф  $G$ . Выразите количество гамильтоновых циклов в графе  $G$ , через  $C_X$  — количество циклов в графе  $G \setminus X$  ( $X \subseteq V(G)$ ).

**DM 8.** Используя предыдущую задачу придумайте алгоритм вычисляющий количество гамильтоновых путей такой, что он работает  $2^n \text{poly}(n)$ , где  $n$  — число вершин.

**DM 9.** Сколько существует вариантов выбрать две разные клетки так, что бы они не находились ни в одной строке, ни в одном столбце.

**DM 10.** Сколько всего чельх чисел от 1 до 999 таких, что они не делятся ни на 3, ни на 5, ни на 7.

**DM 11.** Докажите двойственную к формуле включений-исключений формулу:

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |B \cap C| - |C \cap A| + |A \cap B \cap C|.$$

**DM 12.** Докажите еще одну двойственную к формуле включений-исключений формулу (она вам поможет в первой задаче):

$$|A \cap B \cap C| = -|\bar{A}| - |\bar{B}| - |\bar{C}| + |\bar{A} \cap \bar{B}| + |\bar{B} \cap \bar{C}| + |\bar{C} \cap \bar{A}| - |\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}|.$$