

Домашнее задание

1. Для формулы пропозициональной логики

$$\varphi = \neg(((x \wedge y) \wedge \neg(z \oplus t)) \rightarrow ((x \vee y) \rightarrow (z \rightarrow t))) :$$

- (i) постройте таблицу истинности;
 - (ii) переведите φ в совершенную конъюнктивную и совершенную дизъюнктивную нормальные формы;
 - (iii) выразите φ в виде полинома Жегалкина;
 - (iv) [*] выразите φ при помощи штриха Шеффера $x | y = \neg(x \wedge y)$.
2. [*] Можно ли выразить следующие булевские функции в базисе $\{\wedge, \vee, 0, 1\}$ (если можно, сделайте это; если нельзя, докажите, что нельзя):

- (i) $((z \vee t) \rightarrow (x \equiv y)) \rightarrow ((z \vee t) \equiv (x \oplus y))$;
- (ii) $((z \vee t) \oplus (x \equiv y)) \oplus ((z \rightarrow t) \oplus (x \oplus y))$.

3. Для формулы алгебры множеств

$$\psi = ((B \cup C) \cap (A \Delta B))$$

в универсуме $\Omega = \{a, b, c, d, e, f\}$ найдите множество, задаваемое формулой ψ , для:

- (i) $A = \{a, c, d\}$, $B = \{b, c, e\}$, $C = \{a, e, f\}$;
 - (ii) $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{b, c, f\}$, $C = \emptyset$;
 - (iii) $A = \emptyset$, $B = \{b, c, d, f\}$, $C = \{a, d, e, f\}$.
4. На множестве $\{a, b, c, d, e\}$ задано отношение

$$R = \{(a, a), (b, a), (b, b), (b, c), (b, d), (c, a), (c, c), (d, a), (d, c), (d, d), (e, e)\} :$$

- (i) изобразите (направленный) граф, соответствующий этому отношению, и его матрицу смежности;
 - (ii) является ли это отношение рефлексивным? симметричным? транзитивным? иррефлексивным? антисимметричным? антитранзитивным?
 - (iii) [*] сколько в полученном графе путей длины ровно 3 между каждой парой вершин (ответ удобно дать в виде матрицы)? длины не более 3?
5. Задания на частичные порядки и отношения эквивалентности:
- (i) нарисуйте диаграмму Хассе (или граф отношения) порядка подмножеств множества $\{a, b, c\}$ по включению;
 - (ii) перечислите максимальные элементы по отношению делимости в множестве, состоящем из всех делителей числа 72, кроме самого числа 72;
 - (iii) перечислите минимальные элементы по отношению делимости в множестве, состоящем из всех делителей числа 25, кроме единицы;
 - (iv) [*] докажите, что в определении отношения эквивалентности симметричность и транзитивность можно заменить на одно свойство: если xRz и yRz , то xRy (рефлексивность остаётся).

Домашнее задание

1. Для формулы пропозициональной логики

$$\varphi = ((\neg(z \vee t) \equiv \neg(x \wedge y)) \rightarrow (z \equiv (t \equiv x))) :$$

- (i) постройте таблицу истинности;
 - (ii) переведите φ в совершенную конъюнктивную и совершенную дизъюнктивную нормальные формы;
 - (iii) выразите φ в виде полинома Жегалкина;
 - (iv) [*] выразите φ при помощи штриха Шеффера $x | y = \neg(x \wedge y)$.
2. [*] Можно ли выразить следующие булевские функции в базисе $\{\wedge, \vee, 0, 1\}$ (если можно, сделайте это; если нельзя, докажите, что нельзя):

- (i) $((\neg(z \oplus t) \equiv (x \wedge y)) \oplus ((z \equiv t) \oplus (x \equiv y)))$;
- (ii) $((z \vee t) \equiv \neg(x \wedge y)) \wedge \neg((z \equiv t) \oplus (x \rightarrow y))$.

3. Для формулы алгебры множеств

$$\psi = \overline{((C \cup A) \cup \overline{(B \Delta C)})}$$

в универсуме $\Omega = \{a, b, c, d, e, f\}$ найдите множество, задаваемое формулой ψ , для:

- (i) $A = \{a, c, d\}$, $B = \{b, c, e\}$, $C = \{a, e, f\}$;
 - (ii) $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{b, c, f\}$, $C = \emptyset$;
 - (iii) $A = \emptyset$, $B = \{b, c, d, f\}$, $C = \{a, d, e, f\}$.
4. На множестве $\{a, b, c, d, e\}$ задано отношение

$$R = \{(a, a), (a, b), (b, a), (b, d), (b, e), (c, d), (c, e), (d, e), (e, b), (e, e)\} :$$

- (i) изобразите (направленный) граф, соответствующий этому отношению, и его матрицу смежности;
 - (ii) является ли это отношение рефлексивным? симметричным? транзитивным? иррефлексивным? антисимметричным? антитранзитивным?
 - (iii) [*] сколько в полученном графе путей длины ровно 3 между каждой парой вершин (ответ удобно дать в виде матрицы)? длины не более 3?
5. Задания на частичные порядки и отношения эквивалентности:
- (i) нарисуйте диаграмму Хассе (или граф отношения) порядка подмножеств множества $\{a, b, c, d\}$ по включению;
 - (ii) перечислите максимальные элементы по отношению делимости в множестве, состоящем из всех делителей числа 45, кроме самого числа 45;
 - (iii) перечислите минимальные элементы по отношению делимости в множестве, состоящем из всех делителей числа 45, кроме единицы;
 - (iv) [*] докажите, что в определении отношения эквивалентности симметричность и транзитивность можно заменить на одно свойство: если xRz и yRz , то xRy (рефлексивность остаётся).

Домашнее задание

1. Для формулы пропозициональной логики

$$\varphi = (((z \wedge t) \equiv (x \oplus y)) \vee (\neg(z \vee t) \equiv (x \rightarrow y))) :$$

- (i) постройте таблицу истинности;
 - (ii) переведите φ в совершенную конъюнктивную и совершенную дизъюнктивную нормальные формы;
 - (iii) выразите φ в виде полинома Жегалкина;
 - (iv) [*] выразите φ при помощи штриха Шеффера $x | y = \neg(x \wedge y)$.
2. [*] Можно ли выразить следующие булевские функции в базисе $\{\wedge, \vee, 0, 1\}$ (если можно, сделайте это; если нельзя, докажите, что нельзя):

- (i) $\neg(((t \oplus x) \equiv (y \wedge z)) \wedge ((t \oplus x) \oplus y))$;
- (ii) $((y \wedge (z \wedge t)) \wedge ((x \rightarrow y) \rightarrow z))$.

3. Для формулы алгебры множеств

$$\psi = ((A \cap B) \Delta (C \cup A))$$

в универсуме $\Omega = \{a, b, c, d, e, f\}$ найдите множество, задаваемое формулой ψ , для:

- (i) $A = \{a, c, d\}$, $B = \{b, c, e\}$, $C = \{a, e, f\}$;
 - (ii) $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{b, c, f\}$, $C = \emptyset$;
 - (iii) $A = \emptyset$, $B = \{b, c, d, f\}$, $C = \{a, d, e, f\}$.
4. На множестве $\{a, b, c, d, e\}$ задано отношение

$$R = \{(a, b), (a, c), (a, e), (b, a), (b, c), (c, b), (c, e), (d, d), (d, e), (e, e)\} :$$

- (i) изобразите (направленный) граф, соответствующий этому отношению, и его матрицу смежности;
 - (ii) является ли это отношение рефлексивным? симметричным? транзитивным? иррефлексивным? антисимметричным? антитранзитивным?
 - (iii) [*] сколько в полученном графе путей длины ровно 3 между каждой парой вершин (ответ удобно дать в виде матрицы)? длины не более 3?
5. Задания на частичные порядки и отношения эквивалентности:

- (i) нарисуйте диаграмму Хассе (или граф отношения) порядка подмножеств множества $\{a, b, c, d\}$ по включению;
- (ii) перечислите максимальные элементы по отношению делимости в множестве, состоящем из всех делителей числа 69, кроме самого числа 69;
- (iii) перечислите минимальные элементы по отношению делимости в множестве, состоящем из всех делителей числа 57, кроме единицы;
- (iv) [*] докажите, что в определении отношения эквивалентности симметричность и транзитивность можно заменить на одно свойство: если xRz и yRz , то xRy (рефлексивность остаётся).

Домашнее задание

1. Для формулы пропозициональной логики

$$\varphi = (\neg((z \rightarrow t) \vee (x \vee y)) \wedge (\neg(z \vee t) \vee (x \wedge y))) :$$

- (i) постройте таблицу истинности;
 - (ii) переведите φ в совершенную конъюнктивную и совершенную дизъюнктивную нормальные формы;
 - (iii) выразите φ в виде полинома Жегалкина;
 - (iv) [*] выразите φ при помощи штриха Шеффера $x | y = \neg(x \wedge y)$.
2. [*] Можно ли выразить следующие булевские функции в базисе $\{\wedge, \vee, 0, 1\}$ (если можно, сделайте это; если нельзя, докажите, что нельзя):

- (i) $(\neg((t \vee x) \wedge (y \oplus z)) \rightarrow (\neg(t \wedge x) \rightarrow (y \vee z)))$;
- (ii) $((\neg(t \rightarrow x) \rightarrow (y \equiv z)) \wedge ((t \equiv x) \equiv (y \oplus z)))$.

3. Для формулы алгебры множеств

$$\psi = \overline{((B \cap C) \cup (A \cap B))}$$

в универсуме $\Omega = \{a, b, c, d, e, f\}$ найдите множество, задаваемое формулой ψ , для:

- (i) $A = \{a, c, d\}$, $B = \{b, c, e\}$, $C = \{a, e, f\}$;
 - (ii) $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{b, c, f\}$, $C = \emptyset$;
 - (iii) $A = \emptyset$, $B = \{b, c, d, f\}$, $C = \{a, d, e, f\}$.
4. На множестве $\{a, b, c, d, e\}$ задано отношение

$$R = \{(a, a), (a, b), (a, c), (b, b), (b, e), (c, c), (d, d), (e, e)\} :$$

- (i) изобразите (направленный) граф, соответствующий этому отношению, и его матрицу смежности;
 - (ii) является ли это отношение рефлексивным? симметричным? транзитивным? иррефлексивным? антисимметричным? антитранзитивным?
 - (iii) [*] сколько в полученном графе путей длины ровно 3 между каждой парой вершин (ответ удобно дать в виде матрицы)? длины не более 3?
5. Задания на частичные порядки и отношения эквивалентности:
- (i) нарисуйте диаграмму Хассе (или граф отношения) порядка подмножеств множества $\{a, b, c, d\}$ по включению;
 - (ii) перечислите максимальные элементы по отношению делимости в множестве, состоящем из всех делителей числа 14, кроме самого числа 14;
 - (iii) перечислите минимальные элементы по отношению делимости в множестве, состоящем из всех делителей числа 45, кроме единицы;
 - (iv) [*] докажите, что в определении отношения эквивалентности симметричность и транзитивность можно заменить на одно свойство: если xRz и yRz , то xRy (рефлексивность остаётся).