

### Задание 11 (на 03.12)

**81.**  $a_0 = 6, a_1 = 4, a_{n+1} = \frac{a_n - 3a_{n-1}}{2}$ . Найдите формулу для общего члена последовательности  $a_n$ .

**82.** Фаном называется граф, состоящий из вершин  $\{0, 1, 2, \dots, n\}$ , вершина 0 соединена ребром со всеми остальными вершинами, кроме того вершина  $i$  соединена ребром с вершиной  $i+1$  для всех  $1 \leq i \leq n-1$ . Пусть  $f_n$  — это количество остовных деревьев фана. а) Докажите, что  $f_n = 2f_{n-1} + f_{n-2} + f_{n-3} + \dots + f_1 + 1$ ; б) Найдите производящую функцию последовательности  $f_n$ ; в) Найдите  $f_n$ .

**83.** Найдите количество способов разбить доску  $3 \times n$  на доминошки. Указание: найти рекуррентное соотношение и производящую функцию.

**84.** Решите рекуррентное соотношение:  $g_0 = 1, g_n = g_{n-1} + 2g_{n-2} + 3g_{n-3} + \dots + ng_0$ .

**85.** Пусть  $n \geq 2, H(V, E)$  —  $n$ -однородный гиперграф с числом ребер, равным  $|E| = 4^{n-1}$ . Покажите, что существует такая раскраска множества вершин  $V$  в 4 цвета, что ни одно ребро не является монохроматическим.

**86\*.** В полном  $n$ -вершинном графе красят ребра так, что любые два ребра с общей вершиной окрашивались различными цветами. Какое наименьшее число цветов нужно для такой раскраски?