Задание 3 (на 01.10).

$\boxed{\textbf{17.}}$ На плоскости нарисовано несколько окружностей, докажите, что области, на которые эти окружности разбивают плоскость можно покрасить в черный и белые цвета в шахматном порядке.

$\boxed{\textbf{18}^*\textbf{.}}$ Дано изображение плоского Эйлерова графа (степени всех вершин четны). Докажите, что грани этого изображения можно раскрасить в два цвета в шахматном порядке (так, чтобы соседние по ребру грани были бы покрашены в разные цвета).

$\boxed{\textbf{19.}}$ В сильно связном ориентированном графе (из каждой вершины можно добраться в каждую) у каждой вершины входящая степень равна исходящей. Докажите, что сущесвтует цикл, проходящий по каждому ребру ровно 1 раз.

$\boxed{\textbf{20}^*\textbf{.}}$ Докажите, что вершины плоского графа можно правильным образом раскрасить в 5 цветов (так, чтобы ребра соединяли вершины разных цветов).

$\boxed{\textbf{21.}}$ Посчитайте сумму $C_n^1 - C_n^3 + C_n^5 - C_n^7 + \ldots$

$\boxed{\textbf{22}^*\textbf{.}}$ Посчитайте сумму $C_n^0 + C_n^3 + C_n^6 + C_n^9 + \ldots$

$\boxed{\textbf{23.}}$ Дан набор натуральных чисел $a_1, a_2, \ldots, a_n$ (не обязательно различных). Пусть b_k - количество чисел в этом наборе, не меньших k. Докажите, что $\sum\limits_k b_k = \sum\limits_i a_i$.

$\boxed{\textbf{24}^*\textbf{.}}$ В классе поровну мальчиков и девочек. Каждый мальчик дружит с четным количеством девочек; Докажите, что можно выбрать группу из нескольких мальчиков так, чтобы с каждой девочкой дружило четное число мальчиков из этой группы.