

Дискретная математика (осенний семестр 2008)

- 1!. Деревья, эквивалентные определения и свойства. Остовное дерево. [11]
- 2!. Критерий двудольности графа. [11]
- 3!. Плоские (планарные) графы. Формула Эйлера, K_5 и $K_{3,3}$. Теорема Куратовского (без доказательства). [11]
- 4!. Эйлеров путь и цикл. [11]
5. Достаточное условие существования гамильтонова цикла. [11]
- 6!. Потоки в сетях, лемма о потоке через разрез. Теорема Форда-Фолкерсона. Общий метод Форда-Фолкерсона построения максимального потока. [2, 11]
- 7!. Алгоритм Эдмонса-Карпа. [2]
- 8!. Реберная и вершинная связность графа. Теоремы Менгера и критерий k -связности. [11]
9. Эквивалентные определения двусвязного графа. Дерево блоков и точек сочленения. [11]
10. Реберно двусвязные графы.
- 11!. Алгоритм построения максимального паросочетания. Теорема Кенига, теорема Холла. [2, 7]
12. Частично-упорядоченные множества. Теорема Дилвортса. [7]
- 13*. Теорема Татта. [11]
14. Формула Бержа. Теорема Петерсена о паросочетании в k -регулярном графе. [11]
- 15!. Перестановки, четность перестановки, теорема об инверсиях. Таблицы инверсий, факториальная система счислений. [7, 6]
- 16!. Подсчет числа счастливых билетиков: $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left(\frac{\sin 10x}{\sin x}\right)^3 dx$. [8]
- 17!. Действия с формальными степенными рядами, деление степенных рядов, обратная функция. Элементарные производящие функции. [8]
- 18!. Производящая функция для геометрической прогрессии. Числа Фибоначчи. Производящая функция рекуррентной последовательности. [8]
19. Критерий рациональности производящей функции последовательности. Произведение Адамара. [8]
- 20!. Числа Каталана: рекуррентное соотношение, производящая функция, явная формула. [8, 7]
- 21!. Разложения: производящая функция и формула. Разбиения: производящая функция, разбиение на различные слагаемые и разбиение на нечетные слагаемые. [8]
22. Пентагональная теорема Эйлера и вычисление числа разбиений. [8]
- 23!. Числа Стирлинга 1-го и 2-го рода, рекуррентные формулы и комбинаторный смысл. [6, 1]
- 24!. Формула включений-исключений: число сюръекций, счастливые билетки. [8, 6]
- 25!. Числа Рамсея $R(m, n)$, верхняя оценка. Случай многих цветов. Бесконечный вариант теоремы Рамсея. [3]
- 26!. Обобщение чисел Рамсея на гипер-графы. Теорема Рамсея. [3]
27. Пример использования теоремы Рамсея: теорема Эрдеша-Секереша о выпуклом 100-угольнике. [3]
- 28!. Вероятностный метод: нижняя оценка на числа Рамсея $R(k, k)$, немонахроматическая раскраска n -однородного гиперграфа. [4]
- 29!. Линейность математического ожидания: турнир с большим числом гамильтоновых путей, покрытие графа двудольными подграфами. [4]
30. Метод малых вариаций: оценка размера независимого множества. [4]
31. Поля, характеристика, линейные пространства над полями, порядок конечного поля. [5]
- 32*. Многочлены над полями, теоремы о делении с остатком, о линейном представлении НОД, поле $K[x]/\langle f \rangle$, поле разложения многочлена. [5]
- 33*. Существование конечного поля порядка p^n . [5]
- 34!. Коды с коррекцией ошибки. Код Хемминга. [7]
35. Код Рида-Соломона. Код Адамара. [12]
- 36*. Комбинаторная теорема о нулях (Combinatorial Nullstellensatz). [9]
- 37*. Применение Combinatorial Nullstellensatz: теорема Коши-Дэвенпорта. [9]
- 38*. Применение Combinatorial Nullstellensatz: выделение p -регулярного подграфа. [9]
39. Графы-расширители, связь с собственными числами матрицы смежности. [10]

Список литературы

- [1] Р. Грэхем, Д. Кнут, and О. Поташник. *Конкретная математика*. Мир, 1998.
- [2] Т. Кормен, Ч. Лейзерсон, and Р. Ривест. *Алгоритмы: построение и анализ*. МЦНМО, 2000.
- [3] М.В. Волков and Н.Н. Силкин. Кого послать на Марс? *Квант*, 8:51–57, 1988.
- [4] Н. Алон and Дж. Спенсер. *Вероятностный метод*. БИНОМ, Лаборатория знаний, 2007.
- [5] С. Ленг. *Алгебра*. 1968.
- [6] В. Липский. *Комбинаторика для программистов*. Мир, 1988.
- [7] И.В. Романовский. *Дискретный анализ*. Невский диалект, 2000.
- [8] С.К. Ландо. *Лекции о производящих функциях*. МЦНМО, 2002.
- [9] Noga Alon. Combinatorial Nullstellensatz. *Comb. Probab. Comput.*, 8(1-2):7–29, 1999.
- [10] Noga Alon, Oded Schwartz, and Asaf Shapira. An elementary construction of constant-degree expanders. In *SODA '07: Proceedings of the eighteenth annual ACM-SIAM symposium on Discrete algorithms*, pages 454–458, Philadelphia, PA, USA, 2007. Society for Industrial and Applied Mathematics.
- [11] J.A. Bondy and U.S.R. Murty. *Graph theory with applications*. University of Waterloo, 1982.
- [12] Peter Bro Miltersen. *Handbook on Randomization*, volume II, chapter 19. Derandomizing Complexity Classes. Kluwer Academic Publishers, July 2001.

Порядок экзамена

Список вопросов на оценку 3: все вопросы, помеченные знаком "!". Список вопросов на оценку 4: все вопросы, кроме помеченных звездочкой. Список вопросов на оценку 5: все вопросы. Студент, претендующий на оценку t , должен знать формулировки всех утверждений и определений из всего списка вопросов и доказательства всех утверждений из списка вопросов на оценку t .

Экзамен состоит из трех основных частей.

1. Письменный ответ на тест из вопросов по всему курсу. Вопросы будут на знание и понимание определений и утверждений. Например: "Сформулируйте критерий двудольности графа." *Во время этой части экзамена ничем пользоваться нельзя*. По результатам ответов на вопросы определяется число t_1 — максимальная оценка, на которую может претендовать экзаменуемый (правило определения числа t_1 будет написано в самом тесте). t_2 — это оценка, на которую претендует экзаменуемый. $t := \min\{t_1, t_2\}$. Экзамен продолжается, если $t \geq 3$.
2. Выдается 2 вопроса из списка вопросов на оценку t . Требуется полностью ответить на эти вопросы. С потерей одного или двух баллов экзаменуемый может заменить вопрос на вопрос из более простой программы. Если в итоге не удастся ответить на 2 вопроса, то $t := 2$. *Во время этой части экзамена можно пользоваться только заранее заготовленной шаргалкой (написанной от руки самим экзаменуемым на одном листе формата A4), которая должна быть предварительно одобрена экзаменатором*.
3. Если $t = 5$, то выдается задача. Если задача не решается экзаменуемым, то $t = 4$. Оценка за экзамен: t .