Задачи по теории сложности.

$\boxed{\textbf{ML 1.}}$ Докажите NP-полноту следующей проблемы. Исходное данное: конечная последовательность натуральных чисел $x_1, \ldots, x_n$. Вопрос: найдется ли множество индексов $I \subset \{1, \ldots, n\}$ такое, что $\sum_{i \in I} x_i = \sum_{i \notin I} x_i$?

$\boxed{\textbf{ML 2.}}$ Докажите NP-полноту следующей проблемы. Исходное данное: Конечное семейство конечных множеств и натуральное k. Вопрос: Существует ли подсемейство, состоящее из k попарно непересекающихся множеств?

$\boxed{\textbf{ML 3.}}$ Докажите NP-полноту следующей проблемы. Исходное данное: конечный граф G, подмножество R множества его вершин и натуральное k. Вопрос: существует ли в G поддерево из не более, чем k ребер, включающее все вершины из R (деревом называется связный граф без циклов, поддеревом в G называется любое дерево, все ребра которого принадлежат G)?

$\boxed{\textbf{ML 4.}}$ Докажите, что если унарный язык NP-полный, то $P = NP$.

$\boxed{\textbf{ML 5.}}$ Докажите, что $RP \subsetneq REXP$.

$\boxed{\textbf{ML 6.}}$ Докажите, что $AM[2] = AM[k]$ при $k \geq 2$.

$\boxed{\textbf{ML 7.}}$ Граф называется жестким, если у него нет нетривиальных автоморфизмов (то есть неединичных перестановок множества вершин, сохраняющих ребра). Докажите, что множество пар (G, k), для которых граф G имеет жесткий подграф из k вершин, принадлежит Σ_2.

$\boxed{\textbf{ML 8.}}$ Докажите, что множество чисел вида pq, где p, q простые числа, принадлежит классу MA.

$\boxed{\textbf{ML 9.}}$ Докажите, что множество всех пар чисел вида $\langle x, y \rangle$, где x взаимно простое с y число, не являющееся квадратом по модулю y (т.е. квадраты по модулю y не дают остаток x), принадлежит классу IP (не пользуясь $IP = PSPACE$).

$\boxed{\textbf{ML 10.}}$ Покажите, что если $PSPACE \subseteq P/poly$, то $PSPACE = AM$ (AM — это игры Артура и Мерлина с 1-раундовым протоколом)

$\boxed{\textbf{ML 11.}}$ Покажите, что $BPL \subseteq P$ (BPL — это класс языков, решаемых с ограниченной ошибкой и с памятью $O(\log n)$).

$\boxed{\textbf{ML 12.}}$ Покажите, что следующие задачи неразрешимы, если дано описание недетерминированной машины Тьюринга и требуется определить а) Верно ли, что для каждого входа или все вычисления отвергающие, или хотя бы половина принимающих? б) Верно ли, что что для каждого входа либо $\frac{3}{4}$ вычислений принимают, либо $\frac{3}{4}$ вычислений отвергают? в) Верно ли, что что для каждого входа существует хотя бы одно принимающее вычисление. г) Даны две машины. Верно ли, что для всех входов либо первая машина имеет принимающее вычисление, либо вторая, но не обе одновременно?

Распределение задач по людям.

- Дима: 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12а
- Света: 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12б
- Лера: 1, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12в
- Юля: 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12г
- Федя: 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12а
- Стас: 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12б
- Илья: 1, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12в

Для допуска к экзамену необходимо решить не менее 8-ми задач. Рекомендуется решить все 10.