

Задание 2.

CS 9. Докажите, что если вершины неориентированного графа имеют степень не больше, чем k , то его вершины можно покрасить в $k + 1$ цвет так, чтобы концы любого ребра были покрашены в разные цвета.

CS 10. Докажите, что если вершины графа имеют степень не больше, чем k , то его вершины можно покрасить в $\lfloor k/2 \rfloor + 1$ цвет так, чтобы для каждой вершины не более одного ребра исходило в вершины того же цвета ($\lfloor x \rfloor$ обозначает целую часть числа x).

CS 11. Докажите, что если в неориентированном графе n вершин и $n - k$ ребер, то в нем как минимум k компонент связности.

CS 12. В неориентированном графе $2n$ вершин нет циклов длины 3. Докажите, что число ребер в нем не превосходит n^2 , причем оценка n^2 достигается.

CS 13. Существует ли плоский граф, в котором степени всех вершин равняются 5?

CS 14. Докажите, что в любом плоском графе есть вершина степени не более 5.

CS 15. В связном графе степени всех вершин не менее двух. Докажите, что в нем можно удалить две соединенные ребром вершины без потери связности.

CS 16. Докажите, что вершины плоского графа можно правильным образом раскрасить в 5 цветов (так, чтобы ребра соединяли вершины разных цветов).