

Задание 4 (на 08.10).

CS 25. Автобусные билеты имеют 6-значные номера (номера могут начинаться с нуля). Билет называется счастливым, если суммы первых 3-х цифр его номера равняется сумме последних цифр его номера. Каких билетов больше счастливых или билетов с суммой цифр 27?

CS 26. $(x_1, x_2, \dots, x_{2n})$ - перестановка чисел от 1 до $2n$. Назовем перестановку удобной если какие-то два соседних числа в ней различаются ровно на n . Докажите, что среди всех перестановок удобных больше половины.

CS 27. Докажите, что количество способов представить число N в виде не более, чем k натуральных слагаемых, не превосходящих n равняется числу способов представить N в виде не более, чем n натуральных слагаемых, не превосходящих k .

CS 28. Докажите, что любое натуральное число можно представить в виде суммы различных натуральных чисел столькими способами, сколькими его можно представить в виде суммы (не обязательно различных) нечетных слагаемых. (Например, $6=1+5=2+4=1+2+3$, $1+5=3+3=3+1+1+1=1+1+1+1+1$)

CS 29. а) Посчитайте количество способов разбить число n на k натуральных слагаемых (разбиения, отличающиеся порядком, считаются различными). б) Посчитайте количество способов разбить число n на k целых неотрицательных слагаемых (разбиения, отличающиеся порядком, считаются различными).

CS 30. Квадратный лист бумаги разбит на сто многоугольников одинаковой площади с одной стороны и на сто других той же площади с обратной стороны. Докажите, что этот квадрат можно проткнуть ста иглами так, что каждый из двухсот многоугольников будет проткнут по разу.

CS 31. Пусть G конечная группа и H подгруппа в ней. Докажите, что существует набор представителей h_1, h_2, \dots, h_n в G такой, что h_1H, h_2H, \dots, h_nH — все левые классы смежности и Hh_1, Hh_2, \dots, Hh_n — все правые классы смежности.

CS 32. Докажите, что каждый $2k$ -регулярный граф содержит 2 -регулярный подграф.