

Задание 11. (На 04.12.09)

ML 65. Покажите, что следующий бесконечный список формул является аксиоматизацией теории $Th(\mathbb{Z}, S, =, 0)$:

- аксиомы равенства
- $\forall x \forall y ((S(x) = S(y) \rightarrow (x = y))$
- $\forall x \exists y (S(y) = x)$
- $\forall x \neg (x = S(x))$
- $\forall x \neg (x = S(S(x)))$
- $\forall x \neg (x = S(S(S(x))))$
- ...

ML 66. Покажите, что $Th(\mathbb{Z}, S, =, 0)$ не является конечно-аксиоматизируемой теорией.

ML 67. Используя теорему о компактности, докажите, что для всякого поля K существует его расширение K' , в котором всякий многочлен с коэффициентами из K имеет корень. (Можно пользоваться тем, что для каждого конкретного многочлена такое расширение можно построить).

ML 68. Выведите из теоремы о компактности, что любой частичный порядок продолжается до линейного.

ML 69. Докажите, что если бесконечная теория конечно аксиоматизируемая (т.е., существует конечное число теорем этой теории, из которых выводятся все теоремы исходной теории), то это конечное множество аксиом можно выбрать из самой теории (а не из теорем).

ML 20. Докажите, что к-ленточную машину Тьюринга, которая работает время $f(n)$ можно смоделировать 2-ленточной за время $f(n) \log f(n)$.

ML 46. Покажите, что существует такой оракул A и язык $L \in NP^A$, что L не сводится по Тьюрингу к $3SAT$, даже если сведение может использовать оракул A .

ML 48. а) Докажите, что для любого k в PH найдется язык с схемной сложностью $\Omega(n^k)$. б) Замените PH на Σ_2^P .

ML 49. Докажите, что если $P = NP$, то существует язык из EXP , схемная сложность которого не меньше $2^n/n$.

ML 63. Будет ли теория $(Th(\mathbb{Z}, =, <))$ конечно аксиоматизируемой?

ML 64. Будет ли теория $(Th(\mathbb{N}, =, <))$ конечно аксиоматизируемой?