

Задание 4

ML 25. Предикат, заданный на множестве натуральных чисел называется арифметичным, если он выражается с помощью формулы исчисления предикатов в сигнатуре $(+, \times, =)$ в естественной интерпретации на множестве натуральных чисел. Докажите, что следующие предикаты являются арифметичными: а) $x < y$; б) $x = 0$; в) $x = 1$; г) $x = c$, где c — это некоторая натуральная константа; д) $a \bmod b = r$; е) a — это степень двойки; ж) a — это степень четверки.

ML 26. а) Докажите, что для любого целого k найдется сколь угодно большое b , что $b + 1, 2b + 1, \dots, kb + 1$ — попарно взаимно простые числа. б) Докажите, что для любой последовательности $x_0, x_1, \dots, x_n$ натуральных чисел можно найти такие числа a и b , что $x_i = a \bmod b(i + 1) + 1$. в) Докажите, что предикат: a — степень шестерки арифметичен. г) Докажите, что график вычислимой функции арифметичен.

ML 27. $L_1, L_2 \in \mathbf{NP} \cap co - \mathbf{NP}$. Докажите, что $L_1 \oplus K_2 \in \mathbf{NP} \cap co - \mathbf{NP}$ ($\oplus$ обозначает симметрическую разность).

ML 28. Докажите, что если $\mathbf{NP} \in DTime[n^{\log n}]$, то $\mathbf{PH} \in DTime[n^{\log^k n}]$

ML 20. Докажите, что k -ленточную машину Тьюринга, которая работает время $f(n)$ можно смоделировать 2-ленточной за время $f(n) \log f(n)$.

ML 21. Докажите, что нет алгоритма, который бы проверил, верно ли, что данная машина Тьюринга работает время $100n^2 + 200$.