

### Задание 6. (На 23.10.09)

**ML34.** Пусть пропозициональная формула  $\varphi \rightarrow \psi$  является тавтологией. Докажите, что найдется такая формула  $\tau$ , которая включает только общие для  $\varphi$  и  $\psi$  переменные, что формулы  $\varphi \rightarrow \tau$  и  $\tau \rightarrow \psi$  являются тавтологиями.

**ML35.** Приведите пример булевой функции от  $n$  переменных, в которой любая запись в виде ДНФ содержит конъюнкты длины  $n$ .

**ML36.** Пусть сигнатура содержит одноместный функциональный символ  $S$  и предикат равенства. Интерпретация: натуральные числа,  $S(x) = x + 1$ . Докажите, что предикат  $y = x + N$ , где  $N$  — большая константа можно выразить формулой длины  $O(\log N)$ .

**ML37.** Пусть сигнатура содержит предикат равенства и трехместный предикат  $S$ . Интерпретация: точки на плоскости,  $S(X, Y, Z)$  означает, что  $|XZ| = |YZ|$ . Выразите предикаты а)  $A, B, C$  лежат на одной прямой; б)  $A, B, C, D$  — суть вершины параллелограмма; в)  $|AB| = |CD|$ ; г)  $OA < OB$ ; д) равенство треугольников; е) равенство углов; ж) свойства угла быть прямым.

**ML38.** Покажите, что предикат  $y = x + 1$  невыразим в интерпретации  $(\mathbb{Z}, =, x \mapsto x + 2)$ .

---

**ML20.** Докажите, что  $k$ -ленточную машину Тьюринга, которая работает время  $f(n)$  можно смоделировать 2-ленточной за время  $f(n)\log f(n)$ .