

Задание 9. (На 20.11.09)

ML 52. Покажите, что предикат $x = 2$ невыразим в множестве целых чисел с предикатами равенства и x делит y .

ML 53. Покажите, что предикат $y = x + 2009$ не выразим в интерпретации $(\mathbb{Z}, =, x \mapsto x^2)$.

В следующих задачах требуется описать множество выразимых предикатов в данной интерпретации. Обычно требуется доказать такое утверждение: множество выразимых предикатов совпадает с множеством предикатов, выразимых бескванторными формулами. Иногда такое доказать не получится, и придется добавить знак для какого-нибудь выразимого (с квантором) предиката и сказать, что выразимые — это бескванторные формулы, в которых дополнительно можно использовать новый предикат.

ML 54. $(M, =)$, где M — это произвольное бесконечное множество.

ML 55. $(\mathbb{Q}, =, +)$

ML 56. $(\mathbb{Q}, =, S)$, где $S(x)$ — это прибавление единички.

ML 57. $(\mathbb{N}, =, S)$

ML 58. $(\mathbb{N}, =, S, P)$, где $P(x)$ значит быть степенью двойки.

ML 20. Докажите, что k -ленточную машину Тьюринга, которая работает время $f(n)$ можно смоделировать 2-ленточной за время $f(n)\log f(n)$.

ML 44. Докажите NP -полноту следующей задачи: даны два графа G_1 и G_2 . Проверить, изоморфны ли G_1 подграфу G_2 .

ML 46. Покажите, что существует такой оракул A и язык $L \in NP^A$, что L не сводится по Тьюрингу к $3SAT$, даже если сведение может использовать оракул A .

ML 48. а) Докажите, что для любого k в PH найдется язык с схемной сложностью $\Omega(n^k)$. б) Замените PH на Σ_2^P .

ML 49. Докажите, что если $P = NP$, то существует язык из EXP , схемная сложность которого не меньше $2^n/n$.