

## Задание 2.

**SE 9.** Докажите, что если вершины неориентированного графа имеют степень не больше, чем  $k$ , то его вершины можно покрасить в  $k + 1$  цвет так, чтобы концы любого ребра были покрашены в разные цвета.

**SE 10.** Докажите, что если вершины графа имеют степень не больше, чем  $k$ , то его вершины можно покрасить в  $\lfloor k/2 \rfloor + 1$  цвет так, чтобы для каждой вершины не более одного ребра исходило в вершины того же цвета ( $\lfloor x \rfloor$  обозначает целую часть числа  $x$ ).

**SE 11.** Докажите, что если в неориентированном графе  $n$  вершин и  $n - k$  ребер, то в нем как минимум  $k$  компонент связности.

**SE 12.** В неориентированном графе  $2n$  вершин нет циклов длины 3. Докажите, что число ребер в нем не превосходит  $n^2$ , причем оценка  $n^2$  достигается.

**SE 13.** Существует ли плоский граф, в котором степени всех вершин равняются 5?

**SE 14.** Докажите, что в любом плоском графе есть вершина степени не более 5.

**SE 15.** На плоскости нарисовано несколько окружностей, докажите, что области, на которые эти окружности разбивают плоскость можно покрасить в черный и белые цвета в шахматном порядке.

**SE 16.** Докажите, что вершины плоского графа можно правильным образом раскрасить в 5 цветов (так, чтобы ребра соединяли вершины разных цветов).