Задание 5 (на 16.10).

SE 33. Пусть G конечная группа и H подгруппа в ней. Докажите, что существует набор представителей $h_1, h_2 \dots h_n$ в G такой, что $h_1H, h_2H, \dots, h_nH$ — все левые классы смежности и $Hh_1, Hh_2, \dots, Hh_n$ — все правые классы смежности.

SE 34. (Полигамный вариант леммы о девушках). Каждому юноше нравится несколько девушек, причем любому набору из k юношей в совокупности нравится не менее, чем km девушек. Докажите, что каждому юноше можно выделить гарем из m нравившихся ему девушек так, чтобы гаремы не пересекались.

SE 35. На улице Болтунов живут n юношей и n девушек, причем каждый юноша знаком ровно с k девушками, а каждая девушка - ровно с k юношами. а) Докажите, что все юноши и девушки могут одновременно говорить со своими знакомыми по телефону. б) Докажите, что юноши и девушки могут звонить друг другу по телефону так, чтобы за k часов каждый поговорил с каждым из своих знакомых по часу.

SE 36. Есть n юношей и n девушек. Каждый юноша знает хотя бы одну девушку. Тогда можно некоторых юношей поженить на знакомых девушках так, чтобы женатые юноши не знали незамужних девушек.

SE 37. Из шахматной доски вырезали 7 клеток. Докажите, что на оставшиеся клетки можно поставить 8 не бьющих друг друга ладей.

SE 38. В некоторых клетках прямоугольной таблицы стоят звездочки, причем в каждой строке стоит хотя бы одна звездочка. Известно, что строк в таблице больше, чем столбцов. Докажите, что найдется звездочка, в строке которой стоит меньше звездочек, чем в столбце.

SE 39. В графе все вершины степени 3. Докажите, что можно так покрасить ребра в два цвета, что из каждой вершины выходят ребра обоих цветов.

SE 40. Даны k мальчиков и $2k-1$ конфета. Докажите, что можно дать каждому мальчику по конфете так, чтобы мальчику, которому не нравится его конфета, не нравились и конфеты остальных мальчиков.