

Задание 12

69. Докажите, что $AM[k] = AM$ для константы $k \geq 2$.

70. Пусть есть оракул, который считает перманент матрицы $n \times n$ над полем \mathbb{F} верно для доли матриц $1 - \frac{1}{3n}$. Пусть $|\mathbb{F}| > 3n$. Докажите, что используя этот оракул можно построить вероятностный полиномиальный по времени алгоритм, который для каждой матрицы с большой вероятностью находит ее перманент.

71. Покажите, что если $PSPACE \subseteq P/poly$, то $PSPACE = AM$.

72. Рассмотрим резолюционную систему доказательств для исчисления предикатов. Система доказывает, что замкнутая формула является противоречивой следующим образом: формула приводится в предваренную нормальную форму, затем проводится скелемизация (избавляемся от функциональных символов). Получается формула $\forall x_1 \forall x_2 \dots \forall x_k \varphi$, приводим φ в КНФ, пусть A — это множество полученных клозов. Опровержением полученной формулы является список дизъюнктов, заканчивающийся пустым дизъюнктом, каждый дизъюнкт из списка либо принадлежит A , либо получается подстановкой замкнутого терма вместо переменной из одного из предыдущих дизъюнктов, либо является резольвентой двух предыдущих. Докажите, что такая система корректна и полна.

43. Докажите, что если $P = NP$, то существует язык из EXP , схемная сложность которого не меньше $2^n/n$.

48. б) $(\mathbb{N}, =, S, P)$, где $P(x)$ значит быть степенью двойки.

57. Покажите, что существует такой оракул A и язык $L \in NP^A$, что L не сводится по Тьюрингу к $3SAT$, даже если сведение может использовать оракул A .

62. Будет ли теория $(Th(\mathbb{N}, =, <))$ конечно аксиоматизируемой?

63. Существует вариант класса MA с односторонней ошибкой. $L \in MA_1$, если существует такая полиномиальная вероятностная машина M и полином p , что если $x \in L$, то найдется такая строка $y \in \{0, 1\}^{p(n)}$, что $\Pr[M(x, y) = 1] = 1$, а если $x \notin L$, то для любой строки $y \in \{0, 1\}^{p(n)}$ выполняется $\Pr[M(x, y) = 1] < \frac{1}{3}$. (В случае класса MA первое условие заменяется на такое: если $x \in L$, то найдется такая строка $y \in \{0, 1\}^{p(n)}$, что $\Pr[M(x, y) = 1] \geq \frac{2}{3}$.) Покажите, что $MA = MA_1$.