Задание 2. (На 22.09.10)

$\boxed{\mathbf{9.}}$ Докажите, что непустое подмножество натуральных чисел разрешимо тогда и только тогда, когда оно есть множество значений всюду определенной неубывающей вычислимой функции с натуральными аргументами и значениями.

$\boxed{\mathbf{10.}}$ Покажите, что множество описаний машин Тьюринга, которые останавливаются на всех входах, является неперечислимым множеством и дополнение его тоже неперечислимо.

$\boxed{\mathbf{11.}}$ Постройте пример двух перечислимых множеств, которые нельзя отделить никаким разрешимым (это значит, что не существует разрешимое множество, которое содержит первое перечислимое множество и не пересекается со вторым).

$\boxed{\mathbf{12.}}$ а) Докажите, что существует универсальное перечислимое множество — такое перечислимое подмножество $U \subseteq (\mathcal{N} \times \mathcal{N})$, что для любого перечислимого подмножества $A \subseteq \mathcal{N}$ найдется такое $a \in \mathcal{N}$, что $A = \{x \mid (a, x) \in U\}$. б) Покажите, что универсального разрешимого множества не существует.

$\boxed{\mathbf{13.}}$ Покажите, что существует всюду определенная вычислимая функция $a(n)$, принимающая рациональные значения, что существует предел $\alpha = \lim\limits_{n\to\infty} a(n) \in \mathbb{R}$, но не существует алгоритма, который бы по рациональному числу ε выдал такой n_0, что при $n > n_0$ выполняется $|a(n) - \alpha| < \varepsilon$.

$\boxed{\mathbf{14.}}$ Определим класс $\mathrm{EXP} = \cup_c \mathrm{DTime}[2^{n^c}]$. Докажите, что $\mathrm{NP} \subseteq \mathrm{EXP}$.

$\boxed{\mathbf{15.}}$ Покажите, что язык 2-SAT (выполнимых формул в 2-КНФ) лежит в классе P.

$\boxed{\mathbf{16.}}$ Хорновской формулой называется формула в ДНФ, в которой в каждый конъюнкт максимум одна переменная входит с отрицанием. Покажите, что множество хорновских тавтологий в ДНФ содержится в классе P.