

Задание 6

34. Докажите, что существует язык, для которого любой алгоритм, работающий время $O(n^2)$ решает его правильно на менее, чем на половине входов какой-то длины, но этот язык распознается алгоритмом, работающим время $O(n^3)$.

35. Докажите, что $\text{DSpace}[n] \neq \text{NP}$.

36. Докажите, что если $\text{NP} \in \text{DTime}[n^{\log n}]$, то $\text{PH} \in \bigcup_{k \geq 1} \text{DTime}[n^{\log^k n}]$

37. Докажите, что если язык A сводится за полиномиальное время по Тьюрингу (оракульно) к $B \in \Sigma_i^P$, то $A \in \Sigma_{i+1}^P$.

38. Пусть пропозициональная формула $\varphi \rightarrow \psi$ является тавтологией. Докажите, что найдется такая формула τ , которая включает только общие для φ и ψ переменные, что формулы $\varphi \rightarrow \tau$ и $\tau \rightarrow \psi$ являются тавтологиями.

39. Пусть сигнатура содержит одноместный функциональный символ S и предикат равенства. Интерпретация: натуральные числа, $S(x) = x + 1$. Докажите, что предикат $y = x + N$, где N — большая константа можно выразить формулой длины $O(\log N)$.

40. Пусть сигнатура содержит предикат равенства и трехместный предикат S . Интерпретация: точки на плоскости, $S(X, Y, Z)$ означает, что $|XZ| = |YZ|$. Выразите предикаты а) A, B, C лежат на одной прямой; б) A, B, C, D — суть вершины параллелограмма; в) $|AB| = |CD|$; г) $OA < OB$; д) равенство треугольников; е) равенство углов; ж) свойства угла быть прямым.

41. Покажите, что предикат $y = x + 1$ невыразим в интерпретации $(\mathbb{Z}, =, x \mapsto x + 2)$.

28. Покажите, что если сигнатура имеет неограниченный запас функциональных и предикатных символов любой аности, то множество тавтологий в этой сигнатуре является а) неразрешимым.

33. Докажите теорему об иерархии по памяти для б) недетерминированных вычислений.