

### Задание 8

**49.** BPL — это класс языков, для которых существует вероятностная машина Тьюринга  $M$ , которая использует логарифмическую память, останавливается при всех последовательностях случайных битов и для всех  $x$  выполняется, что  $\Pr[M(x) = L(x)] \geq \frac{2}{3}$ . Покажите, что  $\text{BPL} \in \text{P}$ .

**50.** Унарным называется язык, все слова которого состоят из одного символа. Докажите, что если все унарные языки из NP лежат в P, то  $\text{EXP} = \text{NEXP}$ .

**51.** Докажите, что предикат  $<$  не выразим в интерпретации  $(\mathcal{N}, =, S)$ .

Две интерпретации одной сигнатуры называются элементарно эквивалентными, если каждая замкнутая формула в первой интерпретации истинна тогда и только тогда, когда она истинна во второй интерпретации. Две интерпретации называются изоморфными, если они изоморфны как алгебраические структуры.

**52.**  $\mathbb{Z} + \mathbb{Z}$  — это две копии множества целых чисел, причем все числа из второй копии считаются больше, чем все числа из первой копии. Докажите, что  $(\mathbb{Z}, =, . <)$  элементарно эквивалентна  $(\mathbb{Z} + \mathbb{Z}, =, . <)$ .

**53.** Будет ли интерпретация  $(\mathcal{N}, =, <)$  элементарно эквивалентна а)  $(\mathcal{N} + \mathcal{N}, =, <)$  б)  $(\mathcal{N} + \mathbb{Z}, =, <)$ ?

**54.** Будут ли интерпретации  $(\mathbb{Z}, =, . <)$  и  $(\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}, =, . <)$  изоморфны? А элементарно эквивалентны? Порядок на  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$  такой: сначала сравниваются вторые элементы пары, в случае их равенства сравниваются первые элементы.

---

**33.** Докажите теорему об иерархии по памяти для б) недетерминированных вычислений.

**37.** Докажите, что если язык  $A$  сводится за полиномиальное время по Тьюрингу (оракульно) к  $B \in \Sigma_i^P$ , то  $A \in \Sigma_{i+1}^P$ .

**43.** Докажите, что если  $\text{P} = \text{NP}$ , то существует язык из EXP, схемная сложность которого не меньше  $2^n/n$ .

**44.** Докажите, что если  $\text{NP} \subseteq \text{BPP}$ , то  $\text{NP} = \text{RP}$ .

**48.** б)  $(\mathbb{N}, =, S, P)$ , где  $P(x)$  значит быть степенью двойки.