

### Задание 9

**55.** а) Докажите, что если  $\text{VPTIME}[f(n)] = \text{VPTIME}[g(n)]$ , то  $\text{VPTIME}[f(h(n))] = \text{VPTIME}[g(h(n))]$ , где  $f, g, h$  — конструктивные по времени,  $f(n), g(n) \geq \log n$ ,  $h(n) \geq n$  — возрастающая функция. б) Покажите, что  $\text{DTIME}[f(n)] \subseteq \text{VPTIME}[f(n)] \subseteq \text{DTIME}[2^{f(n)}]$ . в) Покажите, что  $\text{VPP} \subseteq \text{VPTIME}[n^{\log n}] \subsetneq \text{VPTIME}[2^n]$ .

**56.** Докажите NP-полноту следующей задачи: даны два графа  $G_1$  и  $G_2$ . Проверить, изоморфны ли  $G_1$  подграфу  $G_2$ .

**57.** Покажите, что существует такой оракул  $A$  и язык  $L \in \text{NPA}$ , что  $L$  не сводится по Тьюрингу к  $3SAT$ , даже если сведение может использовать оракул  $A$ .

**58.** Докажите, что если унарный язык NP-полный, то  $P = \text{NP}$ .

**59.** а) Докажите, что в интерпретации ( $\mathbb{Q}, =, <, +$ , рациональные константы) допустима элиминация кванторов. б) Убедитесь, что если  $\mathbb{Q}$  замнить на  $\mathbb{R}$ , то получится элементарно эквивалентная теория. в) Пусть единичный квадрат разрезан на несколько меньших квадратов. Докажите, что все они имеют рациональные стороны.

Теорией называется множество замкнутых формул. Пусть  $I$  — интерпретация,  $Th(I)$  — это множество замкнутых формул, которые истинны в этой интерпретации. Теория называется конечно-аксиоматизируемой, если существует конечное множество истинных формул этой теории (аксиомы), что все остальные формулы этой теории выводятся из этих аксиом.

**60.** Будет ли теория  $(Th(\mathbb{Z}, =, S, 0))$  конечно аксиоматизируемой?

**61.** Будет ли теория  $(Th(\mathbb{Z}, =, <))$  конечно аксиоматизируемой?

**62.** Будет ли теория  $(Th(\mathbb{N}, =, <))$  конечно аксиоматизируемой?

---

**33.** Докажите теорему об иерархии по памяти для б) недетерминированных вычислений.

**43.** Докажите, что если  $P = \text{NP}$ , то существует язык из  $\text{EXP}$ , схемная сложность которого не меньше  $2^n/n$ .

**48.** б)  $(\mathbb{N}, =, S, P)$ , где  $P(x)$  значит быть степенью двойки.