

Вычислимые функции

1. Вычислимые функции, разрешимые множества, определения перечислимого множества.
2. Теорема Поста. Перечислимые множества, как проекции разрешимых. Вычислимость функции и перечислимость ее графика.
3. Вычислимая функция, которую нельзя доопределить до всюду определенной. Пример перечислимого, но неразрешимого множества.
4. Неразрешимость задачи останова МТ на пустом входе. Неразрешимость исчисления предикатов.
5. Теорема Успенского-Райса.
6. Пример вычислимой последовательности рациональных чисел с невычислимым пределом.
7. Неперечислимость и некоперечислимость программ, которые останавливаются на всех входах.
8. Теорема Клини о неподвижной точке. Прямое доказательство.
9. Теорема Клини о неподвижной точке. Доказательство с помощью нового языка программирования.
10. Применение теоремы Клини о неподвижной точке: другое доказательство теоремы Успенского-Райса, программа, печатающая свой текст.
11. Простейшие примеры арифметических предикатов. β -функции Геделя, арифметичность предиката "быть степенью 6".
12. Арифметичность вычислимых функций.
13. Арифметическая иерархия и ее простейшие свойства. Универсальное перечислимое множество. Отсутствие универсального разрешимого множества. m -сводимость, замкнутость классов Σ_k относительно сведения.
14. Универсальное множество в Σ_k . Доказательство строгости арифметической иерархии.
15. Теоремы Тарского и Геделя.
- 16*. Прямое доказательство теорем Тарского и Геделя.
- 17*. Главные универсальные функции (нумерации). Существование главной нумерации. Существование неглавной нумерации.
- 18*. Прimitивно-рекурсивные функции. Примеры. Прimitивно-рекурсивные функции и Машины Тьюринга.
- 19*. Частично-рекурсивные и вычислимые функции. Теорема Клини о нормальной форме. Перечислимое множество, как проекция прimitивно рекурсивного.
- 20*. Примеры вычислимых, но не прimitивно рекурсивных функций: диагональная конструкция, функция Аккермана. Оценка скорости роста прimitивно-рекурсивных функций.

- Вопросы, помеченные *, остаются на самостоятельное изучение.

- Литература:

Н.К. Верещагин, А. Шень, Вычислимые функции.