

Задание 1. (На 15.09.10)

1. Покажите, что множество перечислимо, тогда и только тогда, когда оно является множеством значений инъективной вычислимой функции.
2. Приведите пример неразрешимого подмножества $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$, такого что все его горизонтальные и вертикальные сечения (т.е. пересечения с $\mathbb{N} \times \{x\}$ и с $\{x\} \times \mathbb{N}$) разрешимы.
3. Докажите, что всякое бесконечное перечислимое множество содержит бесконечное разрешимое подмножество.
4. Приведите пример множества, которое не является перечислимым и его дополнение тоже не является перечислимым.
5. Покажите, что существует одна такая машина Тьюринга M , что множество $\{x \mid M(x) \text{ останавливается}\}$ неразрешимо.
6. Разрешимо ли множество номеров алгоритмов, которые работают полиномиальное время?
7. Обозначим через $K(x)$ лексикографически первый текст (строчки упорядочиваются сначала по длине, потом по алфавиту) алгоритма, который на пустом входе печатает x и останавливается. Докажите, что не существует алгоритма, который бы вычислял $K(x)$.
8. Покажите, что каждый язык, который принимается k -ленточной недетерминированной машиной Тьюринга за время $f(n)$ может быть принят 2-ленточной недетерминированной машиной за время $f(n)$