## Задание 8

$\boxed{\mathbf{43.}}$ Докажите, что если P = NP, то существует язык из EXP, схемная сложность которого не меньше $2^n/(10n)$.

$\boxed{\mathbf{44.}}$ Придумайте, как организовать на многоленточной машине Тьюринга сортировку последовательности чисел так, чтобы время ее работы была бы $O(n \log n)$, где $n$ — длина входа.

$\boxed{\mathbf{45.}}$ Докажите, что а) $3\mathrm{SAT} \in \mathrm{NTime}[n \log n]$; б) Верно ли, что $3\mathrm{SAT} \in \mathrm{NTime}[n]$?

$\boxed{\mathbf{46.}}$ Назовем машину Тьюринга забывчивой, если положение ее головок в каждый момент времени не зависит от входа, а зависит только от длины входа. Докажите, что для конструктивной по времени функции $T$ любой язык из класса $\mathrm{DTime}[T(n)]$ решается на двухленточной забывчивой машине Тьюринга за время а) $O(T^2(n))$; б) $O(T(n) \log T(n))$; в) Докажите, что любой язык из класса $\mathrm{NTime}[T(n)]$ сводится к SAT, причем вход длины $n$ сводится ко входу длины $O(T(n) \log T(n))$ и сведение использует $poly(\log(n))$ памяти.

---

**23.** а) Докажите, что число $n$ простое тогда и только тогда, когда для каждого простого делителя $q$ числа $n-1$ существует $a \in \{2, 3, \ldots, n-1\}$ при котором $a^{n-1} = 1 \bmod n$, а $a^{\frac{n-1}{q}} \neq 1 \bmod n$. б) Докажите, что язык простых чисел лежит в NP.

**27.** Покажите, что если сигнатура имеет неограниченный запас функциональных и предикатных символов любой арности, то множество тавтологий в этой сигнатуре является а) неразрешимым множеством.

**42.** Покажите, что существует такой оракул $A$ и язык $L \in NP^A$, что $L$ не сводится по Тьюрингу к $3SAT$, даже если сведение может использовать оракул $A$.