Задание 10 (на 20.11.12)

Факты, изложенные в этих задачах, возможно, были рассказаны Вам на лекциях, но их в любом случае полезно обсудить.

$\boxed{\textbf{CC53.}}$ Существует вариант класса MA с односторонней ошибкой. $L \in \mathrm{MA}_1$, если существует такая полиномиальная вероятностная машина M и полином p, что если $x \in L$, то найдется такая строка $y \in \{0,1\}^{p(n)}$, что $\Pr[M(x,y)=1]=1$, а если $x \notin L$, то для любой строки $y \in \{0,1\}^{p(n)}$ выполняется $\Pr[M(x,y)=1] < \frac{1}{3}$. (В случае класса MA первое условие заменяется на такое: если $x \in L$, то найдется такая строка $y \in \{0,1\}^{p(n)}$, что $\Pr[M(x,y)=1] \geq \frac{2}{3}$.) Покажите, что $\mathrm{MA} = \mathrm{MA}_1$.

$\boxed{\textbf{CC54.}}$ Покажите, что $\mathrm{MA} \subseteq \mathrm{AM}$.

$\boxed{\textbf{CC55.}}$ Покажите, что $\mathrm{MA} \subseteq \Sigma_2^{\mathrm{P}}$.

$\boxed{\textbf{CC56.}}$ Покажите, что $\mathrm{AM} = \mathrm{AM}_1$, где AM_1 определяется аналогично MA_1.

$\boxed{\textbf{CC57.}}$ Покажите, что $\mathrm{AM} \subseteq \Pi_2^{\mathrm{P}}$.

CC38. Покажите, что существует такой оракул A и язык $L \in NP^A$, что L не сводится по Тьюрингу к $3SAT$, даже если сведение может использовать оракул A.

CC46. $\mathrm{BPL_H}$ — это класс языков, для которых существует вероятностная машина Тьюринга M, которая использует логарифмическую память, останавливается с вероятностью 1, и для всех x выполняется, что $\Pr[M(x) = L(x)] \geq \frac{2}{3}$. Покажите, что $\mathrm{BPL_H} \subseteq \mathrm{P}$.

CC49. а) Пусть $B \subseteq \{0,1\}^*$. Обозначим $U_B = \{1^n \mid \exists x \in \{0,1\}^n \cap B\}$. Покажите, что $U_B \in \mathrm{NP}^B$. б) Постройте такой B, что $U_B \notin \mathrm{P}^B$. Тем самым мы докажем теорему Бэйера, Гилла и Соловэя о том, что существует такой язык B, что $\mathrm{P}^B \neq \mathrm{NP}^B$.

CC50. Докажите, что если $\mathrm{P} = \mathrm{NP}$, то существует язык из EXP, схемная сложность которого не меньше $2^n/(10n)$.

CC51. а) Докажите, что если $\mathrm{BPTime}[f(n)] = \mathrm{BPTime}[g(n)]$, то $\mathrm{BPTime}[f(h(n))] = \mathrm{BPTime}[g(h(n))]$, где f, g, h — конструктивные по времени, $f(n), g(n) \geq \log n$, $h(n) \geq n$ — возрастающая функция. б) Покажите, что $\mathrm{DTime}[f(n)] \subseteq \mathrm{BPTime}[f(n)] \subseteq \mathrm{DTime}[2^{O(f(n))}]$. в) Покажите, что $\mathrm{BPP} \subseteq \mathrm{BPTime}[n^{\log n}] \subsetneq \mathrm{BPTime}[2^n]$.