Задание 12 (на 04.12.12)

Будем говорить, что язык $L \in \Sigma_{\mathrm{i}}\mathrm{Time}[f(n)]$, если $x \in L$ тогда и только тогда, когда $\exists y_1 \in \{0,1\}^{f(|x|)} \forall y_2 \in \{0,1\}^{f(|x|)} \ldots y_i \in \{0,1\}^{f(|x|)} Q(x, y_1, y_2, \ldots, y_i) = 1$, где предикат $Q(x, y_1, \ldots, y_i)$ вычисляется за время $O(f(|x|))$.

Класс $\mathrm{TISP}[\mathrm{f(n)}, \mathrm{s(n)}]$ состоит из языков, которые решаются за время $O(f(n))$ с использованием $O(s(n))$ памяти.

$\boxed{\textbf{CC61.}}$ а) Покажите, что $\mathrm{TISP}[\mathrm{n}^{12}, \mathrm{n}^2] \in \Sigma_2\mathrm{Time}[\mathrm{n}^8]$.
б) Покажите, что если $\mathrm{NTime}[\mathrm{n}] \in \mathrm{TISP}[\mathrm{n}^{1.2}]$, то $\Sigma_2 Time[n^8] \subseteq NTime[n^{9.6}]$.
в) Докажите, что $\mathrm{NTime}[\mathrm{n}] \not\subseteq \mathrm{TISP}[\mathrm{n}^{1.2}, \mathrm{n}^{0.2}]$.
г)* Покажите, что любой язык из $\mathrm{NTime}[\mathrm{T(n)}]$ сводится к SAT за время $O(T(n)\log T(n))$ с испольованием $poly(\log T(n))$ памяти.
д) Покажите, что $SAT \notin \mathrm{TISP}[\mathrm{n}^{1.1}, \mathrm{n}^{0.1}]$.

CC38. Покажите, что существует такой оракул A и язык $L \in NP^A$, что L не сводится по Тьюрингу к $3SAT$, даже если сведение может использовать оракул A.
CC46. $\mathrm{BPL_H}$ — это класс языков, для которых существует вероятностная машина Тьюринга M, которая использует логарифмическую память, останавливается с вероятностью 1, и для всех x выполняется, что $\Pr[M(x) = L(x)] \geq \frac{2}{3}$. Покажите, что $\mathrm{BPL_H} \subseteq \mathrm{P}$.
CC50. Докажите, что если $\mathrm{P} = \mathrm{NP}$, то существует язык из EXP, схемная сложность которого не меньше $2^n/(10n)$.
CC51. в) Покажите, что $\mathrm{BPP} \subseteq \mathrm{BPTime}[n^{\log n}] \subsetneq \mathrm{BPTime}[2^n]$.
CC58. Покажите, что $\mathrm{AM[k]} = \mathrm{AM}$ при $k \geq 2$.
CC59. Покажите, что если $\mathrm{PSPACE} \subseteq \mathrm{P/poly}$, то $\mathrm{PSPACE} = \mathrm{AM}$.
CC60. Пусть есть оракул, который считает перманент матрицы $n \times n$ над полем $\mathbb{F}$ верно для доли матриц $1 - \frac{1}{3n}$. Пусть $|\mathbb{F}| > 3n$). Докажите, что используя этот оракул можно построить вероятностный полиномиальный по времени алгоритм, который для каждой матрицы с большой вероятностью находит ее перманент.