

## Задание 2 (на 18.09.12)

**СС10.** Приведите пример неразрешимого подмножества  $\mathcal{N} \times \mathcal{N}$ , такого что все его горизонтальные и вертикальные сечения (т.е. пересечения с  $N \times \{x\}$  и с  $\{x\} \times N$ ) разрешимы.

**СС11.** Постройте пример двух перечислимых множеств, которые нельзя отделить никаким разрешимым (это значит, что не существует разрешимое множество, которое содержит первое перечислимое множество и не пересекается со вторым).

**СС12.** а) Докажите, что существует универсальное перечислимое множество такое перечислимое подмножество  $U \subseteq \mathcal{N} \times \mathcal{N}$ , что для любого перечислимого подмножества  $A \subseteq \mathcal{N}$  найдется такое  $a \in \mathcal{N}$ , что  $A = \{x \mid (a, x) \in U\}$ . б) Покажите, что универсального разрешимого множества не существует.

**СС13.** Покажите, что существует всюду определенная вычислимая функция  $a(n)$ , принимающая рациональные значения, что существует предел  $\alpha = \lim_{n \rightarrow \infty} a(n) \in \mathbb{R}$ , но не существует алгоритма,

который бы по рациональному числу  $\epsilon$  выдал такой  $n_0$ , что при  $n > n_0$  выполняется  $|a(n) - \alpha| < \epsilon$ .

**ССОпределения.** Мы называем алгоритмы  $\mathcal{A}$  и  $\mathcal{B}$  эквивалентными если

- $\forall x \mathcal{A}(x)$  останавливается  $\iff \mathcal{B}(x)$  останавливается;
- $\forall x$  если  $\mathcal{A}(x)$  останавливается, то и  $\mathcal{A}(x) = \mathcal{B}(x)$ .

Такую же эквивалентность можно ввести на множестве натуральных чисел  $a \equiv b \iff \langle a \rangle \sim \langle b \rangle$ . Множество  $S \subseteq \mathcal{N}$  называется инвариантным, если  $\forall a \in S, b \in \mathbb{N} \setminus S, a \not\equiv b$ .

**СС14.** (Теорема Успенского-Райса) Докажите, что если множество  $S$  инвариантно и разрешимо, то либо  $S = \emptyset$ , либо  $S = \mathcal{N}$ .

**СС15.** Обозначим через  $K(x)$  лексикографически первый текст (строчки упорядочиваются сначала по длине, потом по алфавиту) алгоритма, который на пустом входе печатает  $x$  и останавливается. Докажите, что не существует алгоритма, который бы вычислял  $K(x)$ .

**СС16.** Покажите, что язык 2-SAT (выполнимых формул в 2-КНФ) лежит в классе P.

**СС17.** Хорновской формулой называется формула в ДНФ, в которой в каждый конъюнкт максимум одна переменная входит с отрицанием. Покажите, что множество хорновских тавтологий в ДНФ содержится в классе P

---

**СС9.** Покажите, что каждый язык, который принимается  $k$ -ленточной недетерминированной машиной Тьюринга за время  $f(n)$  может быть принят 2-ленточной недетерминированной машиной за время  $O(f(n))$ .