

Задание 3 (на 02.10.12)

СС19. а) Докажите, что для любой вычислимой функции f существует всюду определенная вычислимая функция g , которая является \equiv -продолжением f , т.е. для всех x для которых определено $f(x)$ выполняется $f(x) \equiv g(x)$. б) (Теорема Клини о неподвижной точке) h — всюду определенная вычислимая функция. Тогда $\exists m \in \mathbb{N}$, что $m \equiv h(m)$. *Подсказка: пусть $u(n) = \langle n \rangle(n)$, а $u'(n)$ — это \equiv -продолжение $u(n)$. Пусть $t(n) = h(u'(n))$, выберите m равным $u'(\#t)$.*

СС20. Используя теорему Клини а) докажите, что существует алгоритм, который на всех входах выводит свой номер; б) покажите, что существует алгоритм, который всюду применим и выдает 1 на числе, которое является квадратом его номера, а на всех остальных входах выдает ноль; в) докажите, что существуют два различных алгоритма \mathcal{A} и \mathcal{B} , что алгоритм \mathcal{A} печатает $\#\mathcal{B}$, а алгоритм \mathcal{B} печатает $\#\mathcal{A}$.

СС21. Докажите, что нет алгоритма, который бы проверил, верно ли, что данная машина Тьюринга работает время $100n^2 + 200$.

СС22. Покажите, что если $P = NP$, то $EXP = NEXP$, где $EXP = \cup_{c>0} DTime[2^{n^c}]$, а $NEXP = \cup_{c>0} NTime[2^{n^c}]$.

СС23. Покажите, что язык простых чисел содержится в классе а) $co-NP$; б) а) Докажите, что число n простое тогда и только тогда, когда для каждого простого делителя q числа $n-1$ существует $a \in \{2, 3, \dots, n-1\}$ при котором $a^{n-1} = 1 \pmod n$ и $a^{\frac{n-1}{q}} \neq 1 \pmod n$. в) Докажите, что язык простых чисел лежит в NP .

СС9. Покажите, что каждый язык, который принимается k -ленточной недетерминированной машиной Тьюринга за время $f(n)$ может быть принят 2-ленточной недетерминированной машиной за время $O(f(n))$.

СС14. Покажите, что существует всюду определенная вычислимая функция $a(n)$, принимающая рациональные значения, что существует предел $\alpha = \lim_{n \rightarrow \infty} a(n) \in \mathbb{R}$, но не существует алгоритма, который бы по рациональному числу ϵ выдал такой n_0 , что при $n > n_0$ выполняется $|a(n) - \alpha| < \epsilon$.

СС17. Покажите, что язык 2-SAT (выполнимых формул в 2-КНФ) лежит в классе P .

СС18. Хорновской формулой называется формула в ДНФ, в которой в каждый конъюнкт максимум одна переменная входит с отрицанием. Покажите, что множество хорновских тавтологий в ДНФ содержится в классе P