Задание 7 (на 23.10.13)

CC40. Докажите, что существует язык, для которого любой алгоритм, работающий время $O(n^2)$ решает его правильно на менее, чем на половине входов какой-то длины, но этот язык распознается алгоритмом, работающим время $O(n^3)$.

CC41. Докажите, что $\mathrm{NTime}[n] \neq \mathrm{PSPACE}$.

CC42. Приведите пример разрешимого языка в $\mathrm{P}/poly$, который не лежит в P.

CC43. Докажите, что $\mathrm{DSpace}[n] \neq \mathrm{NP}$.

CC 9. Машина Тьюринга называется забывчивой, если положение головки в любой момент времени зависит только от длины входа. Докажите, что любую машину Тьюринга, работающую время $T(n)$ можно промоделировать за время $O(T^2(n))$ на забывчивой одноленточной машине. б) А на забывчивой двухленточной за время $O(T(n) \log T(n))$.

CC 23. Покажите, что каждый язык, который принимается k-ленточной недетерминированной Тьюринга за время $f(n)$ может быть принят 2-ленточной недетерминорованной машиной за время $O(f(n))$.

CC 28. б) Покажите, что если в сигнатуре есть достаточное количество функциональных и предикатных символов арности 1 и 2, то множество тавтологий в этой сигнатуре неразрешимо.

CC 34. Докажите, что а) $\mathrm{DSpace}[n^2] \subsetneq \mathrm{DSpace}[n^3]$; б) $\mathrm{NSpace}[n^2] \subsetneq \mathrm{NSpace}[n^3]$.

CC 35. Покажите, что язык простых чисел содержится в классе а) co-NP; б) (Критерий Пратта) Докажите, что число n простое тогда и только тогда, когда для каждого простого делителя q числа $n-1$ существует $a \in \{2, 3, \ldots, n-1\}$ при котором $a^{n-1} = 1 \bmod n$ и $a^{\frac{n-1}{q}} \neq 1 \bmod n$. в) Докажите, что язык простых чисел лежит в NP.

CC 37. Докажите, что если язык A сводится за полиномиальное время по Тьюрингу (оракульно) к $B \in \Sigma_i^P$, то $A \in \Sigma_{i+1}^P$.