

Листок 7. Мощности множеств.

1. Посчитайте количество способов соединения $2n$ точек на окружности n непересекающимися хордами.
 2. Докажите, что множество бесконечных последовательностей, состоящих из цифр $\{0, 1, 2\}$ равномощно множеству бесконечных последовательностей, состоящих из цифр $\{0, 1\}$.
 3. Задайте биекцию между $\mathcal{N} \times \mathcal{N}$ и \mathcal{N} с помощью многочлена с рациональными коэффициентами.
 4. Докажите, что любое семейство непересекающихся интервалов на прямой конечно или счетно.
 5. Докажите, что множество точек строгого локального минимума любой функции из $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ конечно или счетно.
 6. Докажите, что множество точек разрыва неубывающей функции из $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ конечно или счетно. (Точка a называется точкой разрыва функции $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, если найдется такая последовательность x_n , стремящаяся к a , что $f(x_n)$ не имеет предела или имеет предел, отличный от $f(a)$.)
 7. Докажите, что любое множество непересекающихся восьмерок на плоскости конечно или счетно. Восьмеркой называется объединение двух касающихся окружностей.
 8. Докажите, что множество всех прямых на плоскости равномощно множеству точек на прямой.
 9. Докажите, что если множество на плоскости содержит отрезок, то оно равномощно \mathbb{R} .
-

5.6 На множестве \mathcal{N} задайте формулу в сигнатуре $(S, =)$, которая выражает предикат $x = y + N$, где S — это функция прибавления 1, N — конкретное натуральное число. Длина такой формулы должна быть $O(\log_2 N)$.

6.9 Сколько существует способов разбить выпуклый n -угольник на треугольники непересекающимися диагоналями?