

### Задание 10 (на 19.11.14)

Факты, изложенные в следующих задачах, возможно, были рассказаны на лекциях, но их в любом случае полезно обсудить.

**СС52.** Существует вариант класса  $MA$  с односторонней ошибкой.  $L \in MA_1$ , если существует такая полиномиальная вероятностная машина  $M$  и полином  $p$ , что если  $x \in L$ , то найдется такая строка  $y \in \{0, 1\}^{p(n)}$ , что  $\Pr[M(x, y) = 1] = 1$ , а если  $x \notin L$ , то для любой строки  $y \in \{0, 1\}^{p(n)}$  выполняется  $\Pr[M(x, y) = 1] < \frac{1}{3}$ . (В случае класса  $MA$  первое условие заменяется на такое: если  $x \in L$ , то найдется такая строка  $y \in \{0, 1\}^{p(n)}$ , что  $\Pr[M(x, y) = 1] \geq \frac{2}{3}$ .) Покажите, что  $MA = MA_1$ .

**СС53.** Покажите, что  $MA \subseteq AM$ .

**СС54.** Покажите, что  $MA \subseteq \Sigma_2^P$ .

**СС55.** Покажите, что  $AM = AM_1$ , где  $AM_1$  определяется аналогично  $MA_1$ .

**СС56.** Покажите, что  $AM \subseteq \Pi_2^P$ .

**СС41.** Докажите, что  $NSpace[n^2] \subsetneq NSpace[n^3]$ ;

**СС42.** Докажите, что существует язык, для которого любой алгоритм, работающий время  $O(n^2)$  решает его правильно на менее, чем на половине входов какой-то длины, но этот язык распознается алгоритмом, работающим время  $O(n^3)$ .

**СС50.** а) Пусть  $B \subseteq \{0, 1\}^*$ . Обозначим  $U_B = \{1^n \mid \exists x \in \{0, 1\}^n \cap B\}$ . Покажите, что  $U_B \in NP^B$ .

б) Постройте такой  $B$ , что  $U_B \notin P^B$ . Тем самым мы докажем теорему Бэйера, Гилла и Соловья о том, что существует такой язык  $B$ , что  $P^B \neq NP^B$ .

**СС51.** Обозначим  $UCYCLE$  множество всех неориентированных графов, в которых есть цикл. Докажите, что  $UCYCLE$  принадлежит классу  $L$ .