Задание 2 (на 18.09.12)

$\boxed{\textbf{CC9.}}$ Приведите пример неразрешимого подмножества $\mathcal{N}\times\mathcal{N}$, такого что все его горизонтальные и вертикальные сечения (т.е. пересечения с $N \times \{x\}$ и с $\{x\} \times N$) разрешимы.

$\boxed{\textbf{CC10.}}$ Постройте пример двух перечислимых множеств, которые нельзя отделить никаким разрешимым (это значит, что не существует разрешимое множество, которое содержит первое перечислимое множество и не пересекается со вторым).

$\boxed{\textbf{CC11.}}$ а) Докажите, что существует универсальное перечислимое множество такое перечислимое подмножество $U \subseteq \mathcal{N} \times \mathcal{N}$, что для любого перечислимого подмножества $A \subseteq \mathcal{N}$ найдется такое $a \in \mathcal{N}$, что $A = \{x|(a, x) \in U\}$. б) Покажите, что универсального разрешимого множества не существует.

$\boxed{\textbf{CC12.}}$ Покажите, что существует всюду определенная вычислимая функция $a(n)$, принимающая рациональные значе- ния, что существует предел $\alpha = \lim\limits_{n\to\infty} a(n) \in \mathbb{R}$, но не существует алгоритма, который бы по рациональному числу ϵ выдал такой n_0, что при $n > n_0$ выполняется $|a(n) - \alpha| < \epsilon$.

Определения Мы называем алгоритмы $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ эквивалентными если

- $\forall x\ \mathcal{A}(x)$ останавливается $\iff$ $\mathcal{B}(x)$ останавливается;
- $\forall x$ если $\mathcal{A}(x)$ останавливается, то и $\mathcal{A}(x) = \mathcal{B}(x)$.

Такую же эквивалентность можно ввесли на множестве натуральных чисел $a \equiv b \iff <a> \sim <b>$. Множество $S \subseteq \mathcal{N}$ называется инвариантным, если $\forall a \in S, b \in \mathbb{N} \setminus S, a \not\equiv b$.

$\boxed{\textbf{CC13.}}$ (Теорема Успенского-Райса) Докажите, что если множество S инвариантно и разрешимо, то либо $S = \emptyset$, либо $S = \mathcal{N}$.

CC4. Приведите пример множества, которое неперечислимо и дополнение к нему тоже неперечислимо.

CC6. Докажите, что не существует алгоритма, который по программе M определил бы, является ли последовательность $M(1), M(2), M(3)\dots$ периодической с некоторого места.

CC7. Покажите, что существует универсальная машина Тьюринга среди k-ленточных машин и что время работы этой машины лишь в константное число больше, чем время работы моделируемой машины (константа при этом может зависеть от моделируемой машины).

CC8. Покажите, что каждый язык, который принимается k-ленточной недетерминированной машиной Тьюринга за время $f(n)$ может быть принят 2-ленточной недетерминированной машиной за время $O(f(n))$.