

Задание 3 (на 01.10.12)

СС14. Покажите, что множество описаний машин Тьюринга, которые останавливаются на всех входах, является неперечислимым множеством и дополнение его тоже неперечислимо.

СС15. а) Докажите, что для любой вычислимой функции f существует всюду определенная вычислимая функция g , которая является \equiv -продолжением f , т.е. для всех x для которых определено $f(x)$ выполняется $f(x) \equiv g(x)$.

б) (Теорема Клини о неподвижной точке) h — всюду определенная вычислимая функция. Тогда $\exists m \in \mathbb{N}$, что $m \equiv h(m)$. *Подсказка: пусть $u(n) = \langle n \rangle(n)$, а $u'(n)$ — это \equiv -продолжение $u(n)$. Пусть $t(n) = h(u'(n))$, выберите $m = u'(\#t)$.*

СС16. Используя теорему Клини а) докажите, что существует алгоритм, который на всех входах выводит свой номер; б) покажите, что существует алгоритм, который всюду применим и выдает 1 на числе, которое является квадратом его номера, а на всех остальных входах выдает ноль; в) докажите, что существуют два различных алгоритма \mathcal{A} и \mathcal{B} , что алгоритм \mathcal{A} печатает $\#\mathcal{B}$, а алгоритм \mathcal{B} печатает $\#\mathcal{A}$.

СС17. Предикат, заданный на множестве натуральных чисел ($\mathcal{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$) называется арифметичным, если он выражается с помощью формулы исчисления предикатов в сигнатуре $(+, \times, =)$ в естественной интерпретации на множестве натуральных чисел. Докажите, что следующие предикаты являются арифметичными: а) $x < y$; б) $x = 0$; в) $x = 1$; г) $x = c$, где c — это некоторая натуральная константа; д) $a \bmod b = r$; е) a — это степень двойки; ж) a — это степень четверки.

СС18. а) Докажите, что для любого целого k найдется сколь угодно большое b , что $b + 1, 2b + 1, \dots, kb + 1$ — попарно взаимно простые числа. б) Докажите, что для любой последовательности x_0, x_1, \dots, x_n натуральных чисел можно найти такие числа a и b , что $x_i = a \bmod b(i + 1) + 1$. в) Докажите, что предикат: a — степень шестерки арифметичен.

СС19. Покажите, что язык 2-SAT (выполнимых формул в 2-КНФ) лежит в классе P.

СС20. Хорновской формулой называется формула в ДНФ, в которой в каждый конъюнкт максимум одна переменная входит с отрицанием. Покажите, что множество хорновских тавтологий в ДНФ содержится в классе P

СС8. Покажите, что каждый язык, который принимается k -ленточной недетерминированной машиной Тьюринга за время $f(n)$ может быть принят 2-ленточной недетерминированной машиной за время $O(f(n))$.

СС10. Постройте пример двух перечислимых множеств, которые нельзя отделить никаким разрешимым (это значит, что не существует разрешимое множество, которое содержит первое перечислимое множество и не пересекается со вторым).