

Задание 2.

- 6.** Пусть формула $\varphi \rightarrow \psi$ является тавтологией. Докажите, что найдется такая формула τ , которая включает только общие для φ и ψ переменные, что формулы $\varphi \rightarrow \tau$ и $\tau \rightarrow \psi$ являются тавтологиями.
- 7.** Постройте полиномиальный по времени алгоритм, проверяющий выполнима ли данная формула в 2-КНФ. Формула в 2-КНФ имеет вид $(l_{1,1} \vee l_{1,2}) \wedge (l_{2,1} \vee l_{2,2}) \wedge \dots \wedge (l_{n,1} \vee l_{n,2})$, где $l_{i,j}$ — это литерал (т.е. переменная или отрицание переменной).
- 8.** Постройте вывод в исчислении секвенций следующих формул: а) $((a \vee b) \rightarrow c) \rightarrow ((a \rightarrow c) \wedge (b \rightarrow c))$; б) $((a \wedge c) \vee (b \wedge c)) \rightarrow ((a \vee b) \wedge c)$; в) $((a \vee c) \wedge (b \vee c)) \rightarrow ((a \wedge b) \vee c)$; г) $(\neg b \rightarrow a) \rightarrow (a \rightarrow b)$;
- 9.** Запишите в виде тавтологии исчисления высказываний принцип Дирихле: $n + 1$ кролика не рассадить по n клеткам так, чтобы в каждой клетке сидел ровно 1 кролик (n — фиксированное число).
- 10.** Хорновской формулой называется формула в ДНФ, в которой в каждый конъюнкт максимум одна переменная входит с отрицанием. Придумайте эффективный алгоритм проверки того, что хорновская формула является тавтологией.
- 11.** Приведите пример булевой функции от n переменных, в которой любая запись в виде ДНФ содержит конъюнкты длины n .