

#### Задание 4. (Не)выразимость.

**20.** Покажите, что предикат  $x = 2$  невыразим в множестве целых чисел с предикатами равенства и “ $x$  делит  $y$ ”.

**21.** Покажите, что предикат  $x$  есть  $n$ -ое число Фибоначчи арифметичен.

**22.** Покажите, что предикат  $y = x + 2009$  не выразим в интерпретации  $(\mathbb{Z}, =, x \mapsto x^2)$ .

В следующих задачах требуется описать множество выразимых предикатов в данной интерпретации. Обычно требуется доказать такое утверждение: множество выразимых предикатов совпадает с множеством предикатов, выразимых бескванторными формулами. Иногда такое доказать не получится, и придется добавить знак для какого-нибудь выразимого (с квантором) предиката и сказать, что выразимые — это бескванторные формулы, в которых дополнительно можно использовать новый предикат.

**23.**  $(M, =)$ , где  $M$  — произвольное бесконечное множество.

**24.**  $(\mathbb{Q}, =, +)$

**25.**  $(\mathbb{Q}, =, S)$ , где  $S(x)$  — это прибавление единички.

**26.**  $(\mathbb{N}, =, S)$

**27.**  $(\mathbb{N}, =, S, P)$ , где  $P(x)$  значит “быть степенью двойки”.